

**FACULDADE PATOS DE MINAS
CURSO DE MATEMÁTICA**

VOLMAR JOSE DA MOTA JUNIOR

**A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA E O SEU ENSINO
ATRAVÉS DO FUTEBOL**

**PATOS DE MINAS
2017**

VOLMAR JOSE DA MOTA JUNIOR

**A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA E O SEU ENSINO
ATRAVÉS DO FUTEBOL**

Artigo apresentado à Faculdade Patos de Minas - FPM - Patos de Minas (MG) como requisição parcial para a conclusão do Curso de Graduação em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Túlio Guimarães
Co-orientadora: Prof.^a Roseline Martins Sabião

**PATOS DE MINAS
2017**

A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA E O SEU ENSINO ATRAVÉS DO FUTEBOL

Volmar José da Mota Junior¹

Túlio Guimarães²

Roseline Martins Sabião³

RESUMO

A Geometria é uma ferramenta para interpretação da nossa vida. E para se chegar aos resultados esperados de uma aprendizagem satisfatória, é necessário tornar a Geometria uma ciência prática, útil, interessante e principalmente aplicada ao cotidiano. Através de fatores externos como as delimitações do futebol e de suas características, todas estas associadas à Geometria, podemos tornar o ensino da Matemática mais interessante. A metodologia baseou-se em fazer o levantamento bibliográfico de forma exploratória e qualitativa. Foram levantadas referências bibliográficas em livros, artigos científicos, dissertações, teses, monografias do banco de dados da Scielo, Bireme, BVS. Trata-se no presente trabalho dos conceitos geométricos, em especial os conceitos da Geometria Plana aplicados ao futebol de um modo geral. Mostra a Geometria de outra maneira, ou seja, uma matéria fundamentada em vários aspectos do cotidiano, utilizando como estudo um esporte que é paixão em quase todo o mundo. Será trabalhado Geometria falando a linguagem do aluno e abordando assuntos discutidos a todo instante. Associamos um esporte popular, de massa, à uma disciplina que é desafiadora, a Matemática.

Palavras-chave: Geometria, Matemática, Futebol, Ensino.

¹ Discente do curso de Matemática 6º período Faculdade Patos de Minas - (FPM). E-mail: juniormota0208@hotmail.com.

² Docente do curso de Matemática – FPM, especialista (2009) e mestre (2011) em geometria pela Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: tuliodeguima@hotmail.com.

³ Docente do curso de Matemática pela FPM com graduação em letras pela UEMG, especialização em Língua Portuguesa, Linguística e Artes FIJ e especialização em Docência e Didática do Ensino Superior FPM.

ABSTRACT

Geometry is a tool for interpreting people. It has its due degree of importance and, in order to arrive at the expected results of a satisfactory learning, it is necessary to make Geometry a practical, useful, interesting and mainly applied science to everyday life. Through a game of football and its characteristics, all these associated with Geometry, we can make the teaching of Mathematics more interesting. The methodology was based on making the bibliographic survey in an exploratory and qualitative way. Bibliographical references were included in books, scientific articles, dissertations, theses, monographs of the database of Scielo, Bireme, and VHL. It is the present work of the geometric concepts, in particular the concepts of Flat Geometry applied to soccer in general. It shows Geometry in another way, that is, a Geometry applied to a sport that is the national passion. Let's work Geometry speaking the language of the student and addressing issues discussed at any time. We associate a popular mass sport with a discipline that is considered difficult, boring, terrifying, which few like, namely Geometry.

Keywords: Geometry, mathematics, soccer, teaching.

AGRADECIMENTOS

Um obrigado especial a minha mãe, Denise Rocha Vilela Mota pela compreensão e colaboração, ao meu orientador Tulio Guimarães pelo tempo disponibilizado e o apoio dado no decorrer do projeto, a Co-orientadora Roseline Martins Sabião por estar à disposição sempre que precisei, ao professor Saulo pelas orientações e a todos que colaboraram de alguma forma para que esse trabalho fosse concretizado.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, amigos e aos professores acadêmicos da FPM.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
2 O ENSINO DA GEOMETRIA: ALGUMAS REFLEXÕES.	8
2.1 A importância da Geometria.....	8
2.2 Dificuldades e necessidades encontradas no ensino da Geometria.	11
2.3 Algumas metodologias práticas ao ensino da Geometria	13
2.3.1 Material didático.....	14
3 GEOMETRIA APLICADA	15
3.1 Noções de Geometria	15
3.1.1 Ponto, reta e plano	16
3.1.2 Perpendicularidades	18
3.1.3 Reta e Plano perpendiculares.....	18
3.1.4 Paralelismo	19
3.1.4.1 Retas Paralelas	19
3.1.5 Polígonos.....	20
3.1.5.1 Triângulos.....	22
3.1.5.2 Quadriláteros.....	23
3.1.6 Circunferência.....	23
4 ENSINANDO GEOMETRIA UTILIZANDO AS DELIMITAÇÕES DO FUTEBOL	25
4.1 Perímetro e área	15
4.2 Medida de lados e ângulos	15
4.1 Círculo central	15
CONSIDERAÇÕES FINAIS	31
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	32

1 INTRODUÇÃO

A Geometria está sempre presente na vida das pessoas, é só olharmos nosso cotidiano, sempre tem uma figura geométrica, um ângulo, uma área ou um volume a serem calculados, uma medida para ser transformada, um espaço para ser inovado, e essas coisas são possíveis com o estudo da Geometria.

Trata-se no presente trabalho dos conceitos geométricos, em especial os conceitos da Geometria Plana aplicados ao futebol de um modo geral. Pretende-se mostrar a Geometria de outra maneira, ou seja, uma geometria aplicada a um esporte que é a paixão mundial. Verificou-se o ensino da geometria através do esporte e ressaltou-se que pode colaborar com o aprendizado dos alunos do ensino fundamental II.

A Matemática só consegue alcançar o seu significado, o seu objetivo, quando conseguimos pegar sua teoria e transformá-la em um recurso, numa ferramenta para desenvolvimento social e pessoal, ou seja, a Geometria é um instrumento, um facilitador para que possamos entender alguns acontecimentos cotidianos.

O presente artigo apresenta o reconhecimento da Geometria no estádio de futebol e a aplicação do conceito de área de figuras planas para obter o número aproximado da capacidade de torcedores nas arquibancadas.

Para tanto, o objetivo central do trabalho é promover um aprendizado diferenciado e relevante no ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras planas, percebendo a importância da geometria.

Acredita-se que a geometria seja de grande importância na vida das pessoas e, sobretudo na formação matemática, isto é, está no dia-a-dia das pessoas e de forma muito marcante no esporte, e com esse objeto de estudo, pretendeu-se fazer um levantamento histórico sobre o ensino de geometria e sua aplicação nos esportes, isto é, fazer um levantamento da aplicação da geometria do futebol.

Além disso, os alunos que possuem um maior grau de habilidade dentro da geometria se destacam, relacionando a geometria a outros contextos, inclusive no esporte. É com base nesse caso que a escola deve acionar mecanismos, a fim de fornecer o conhecimento de forma gradual, atendendo a todos os alunos de forma

igualitária e transversal. Assim é primordial que se reflita como o ensino de geometria tem sido aplicado nas escolas e sua relação com a vida das pessoas.

O presente estudo discorrerá sobre a contribuição dos novos recursos didáticos na prática docente na disciplina de Matemática com alicerce em três seções de construção, a primeira seção aborda a importância do conteúdo geométrico na vida dos alunos e os principais desafios encontrados pelos professores na transmissão do determinado conteúdo, na segunda a demonstração de figuras geométricas a serem aplicadas no ensino por meio do futebol, e na terceira apresenta um apanhado geral da aplicabilidade da geometria em todos os ângulos do gramado e das circunferências encontradas, como algumas posições táticas que formam alguns triângulos.

A metodologia proposta foi realizada com levantamento bibliográfico de forma exploratória e qualitativa pontuando os principais temas ligados à Evolução dos recursos didáticos no ensino da Matemática, bem como a sua contribuição na prática docente na disciplina de Matemática. Foram levantadas referências bibliográficas em livros, artigos científicos, dissertações, teses, monografias do banco de dados da Scielo, Bireme, BVS. Os materiais publicados e registrados foram, preferencialmente, do período de 2000 a 2017 demonstrando seus usos e finalidade, e assim fazer a análise.

O presente artigo, além de destacar as características da geometria, tem como intuito apresentá-la e relacioná-la em meio a um esporte muito conhecido e amado em vários cantos do mundo, o futebol. As mecânicas do esporte no ensino da geometria visam atrair a atenção do aluno e objetivá-lo a um aprendizado concreto do conteúdo proposto.

2 O ENSINO DA GEOMETRIA: ALGUMAS REFLEXÕES.

2.1 A importância da Geometria

Há milhares de anos, o homem usa a matemática para atender as suas necessidades. De forma espontânea fazia agrupamentos, contas ou medições e

aplicava conceitos matemáticos hoje conhecidos para calcular, medir e conviver em sociedade (MIORIM, 1995).

Depois de formalizar os primeiros conhecimentos sobre formas e grandezas, o homem passou a relacioná-los com a realidade que o cercava. Sempre que surgia um novo problema ou desafio, fazia-se uso do conhecimento já adquirido para encontrar novas soluções, assim melhorava gradativamente seus conceitos matemáticos e ampliava suas aplicações (MIORIM, 1995).

Desde o principio, nota-se a grande necessidade humana não só em conhecimentos, mas também em relações humanas, o que, em consequência disso, resulta em um aprendizado mútuo. Vygotsky (1998) atribui que:

A interação social exerce um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo. Cabe ao educador associar aquilo que o aprendiz sabe a uma linguagem culta ou científica para ampliar seus conhecimentos daquele que aprende, de forma a interá-lo histórica e socialmente no mundo, ou ao menos, integrá-lo intelectualmente no seu espaço vital (VYGOTSKY, 1998, p. 72).

Nota-se que o professor tem a responsabilidade de utilizar do envolvimento social do aluno com o fim de utilizar-se de suas vivências para induzi-lo ao raciocínio e a uma aprendizagem necessária no cotidiano.

Mas para que haja uma compreensão de mundo e que o homem tenha um envolvimento significativo no âmbito social, a Geometria se apresenta como uma parte essencial do conhecimento, visto que funciona como facilitadora na resolução de problemas e proporciona o raciocínio no aspecto visual.

A Geometria é fundamental na formação de cada indivíduo, pois, além de proporcionar uma transmissão abrangente de ideias, possibilita que ao interpretar situações do mundo o faça de forma completa com uma visão mais equilibrada e consistente da Matemática (LORENZATO; 1995).

Com um aspecto mais aprofundado sobre a importância de se obter conhecimentos geométricos, Schirlo e Silva (2013, p.4): afirmam:

[...] a geometria se apresenta, excepcionalmente, rica em oportunidades para fazer explorações, representações, construções, discussões, para que o estudante possa investigar descobrir, descrever e perceber propriedades. Pois, a Geometria permite ao homem associar as formas dos objetos às figuras geométricas. Portanto, o ser humano vem ao longo de sua existência desenvolvendo a sua capacidade de transformar coisas se utilizando da criatividade ao interagir com as mais diversas formas de composição. Acredita-se que o trabalho realizado com a Geometria pode

proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo, já que pode favorecer a análise de fatos e relações, o estabelecimento de ligações entre eles e a dedução. É um componente importante inclusive no desenvolvimento da aritmética e da álgebra.

Além disso, a Geometria tem um papel imprescindível na criação de um pensamento crítico e de autonomia, tornando o aluno mais experiente para lidar com situações-problema existentes na matemática.

Pode-se encontrar a Geometria presente no cotidiano em todos os lugares, como nas arquiteturas das residências, nas grafias de projetos de terrenos, nos móveis, artesanatos, quadras de esportes, campos de futebol, objetos em geral e até mesmo na grafia da escrita, reforçando assim, o quanto ela está presente no dia-a-dia das pessoas (ROSA, 2009).

Dessa forma, as pessoas não percebem o grau de importância da geometria, mas convivem constantemente com ela. Sempre se é mencionado no cotidiano coisas como congruência, igualdade, distância, área, volume. Os conceitos formais existem, bem como se calcula o volume de água em um balde, porém, os conhecimentos são muitas vezes intuitivos (ROSA, 2009).

Para tanto, nessa perspectiva, a geometria pode se utilizar de infindáveis recursos para sua compreensão e estudos. Sendo que objetos materiais e recursos visuais devem ser utilizados para este fim. O filósofo Chang Tung-Sun (2000) relata que o conhecimento perceptivo precisa estar interligado ao conceitual, e mesmo o conceitual não se separa do perceptivo.

Hershkowitz apud Fainguelernt (1999) reforça o fato de que a Geometria é um ponto de encontro entre a Matemática teórica e a prática, funcionando assim como uma ponte que interliga os conteúdos. É nítido que usar de recursos para ensinar conteúdos geométricos torna o conhecimento mais eficaz.

É importante ressaltar que não se deve desprezar e nem mesmo menosprezar a real importância do conteúdo geométrico na vida do indivíduo. Para realçar essa necessidade, Lorenzato (1995), especifica que sem o conhecimento da geometria, o cidadão jamais desenvolveria um raciocínio geométrico e até mesmo visual, e não conseguiria nem mesmo resolver problemas da vida geometricamente. Sem contar o fato que poderiam utilizá-la para facilitar o entendimento e resolver outras atividades de várias áreas de conhecimento.

2.2 Dificuldades e necessidades encontradas no ensino da Geometria

O ensino da Geometria, assim como todo o ensino da Educação Matemática nas escolas, muitas vezes não corresponde às contextualizações necessárias aos tempos modernos. São baseados nos estudos teóricos propostos nos livros, resumos de apostilas e resolução de exercícios no quadro. Nota-se que na atualidade, com os avanços globais e as demandas de conhecimento em vários campos, é importante dar atenção à matemática em diversos setores da sociedade, especialmente observando os desenvolvimentos tecnológicos. Tornar interessante, atrativo e que se relacione a sociedade atual é o maior dos desafios enfrentados pelos educadores (D'AMBRÓSIO, 2001).

O sistema educativo é o primeiro fator a ser analisado e reestruturado, pois, segundo Almouloud, Mandrique e Silva (2004), a grande falha se encontra na distribuição dos métodos e conteúdo, que estando sob responsabilidade de cada instituição de ensino, definem por si mesma a metodologia empregada e matéria agregada. Isto faz com que seja dada preferência a outros conteúdos e resultando que muitas vezes a Geometria seja esquecida.

Um dos fatores que o autor aponta como preponderante na não utilização da Geometria na grade curricular, se dá ao fato da formação na área em específico ser inconsistente, pois, os cursos nos anos iniciais não contribuíam para um aprendizado mais amplo e profundo sobre esse campo da Matemática. Portanto, estão muitas vezes despreparados para trabalhar diante as recomendações didáticas e pedagógicas (ALMOLOUD, MANDRIQUE E SILVA, 2004).

A falta de instrução adequada leva muitos professores a não conhecer o grau de importância que a geometria tem no cotidiano das pessoas, e por consequência o ensino se torna muitas vezes limitado e mecânico. Lorenzato (1995, p.3) reafirma que sem o conhecimento geométrico, o educador não conhece todo o poder, beleza e a importância dele para as futuras formações, porque o dilema já existente é ensinar algo desconhecido ou optar por nem ensinar.

Pirola (2003) faz uma ressalva de que existe uma enorme resistência na transmissão de conteúdos Geométricos, o que garante aos alunos muita dificuldade na resolução dos problemas que envolvem conceitos da Geometria. Até mesmo no ensino superior, a abordagem é mínima, o que proporciona à formação do educador

pouco conhecimento devido a esse acesso limitado, e ao fato do não interesse pelo conteúdo.

Além disso, outro fator contribuinte às dificuldades de aprendizagem se relaciona aos livros didáticos. Para Almoloud, Mandrique e Silva (2004), estes são fatores que criam diversos problemas, pois as propostas de ensino oferecidas e demonstradas nestes escritos, regidas pela maioria dos professores, ressalta-se uma pouca ênfase aos registros de representação semiótica e também o uso de figuras para análise. Reforça também a falta de raciocínio dedutivo nas questões propostas, muitas apenas apresentam questões algébricas. Focam minimamente na questão de interpretar textos matemáticos, e não transpassam do empírico para o dedutivo. Todos esses fatores inabilitam um aluno a um aprimoramento geométrico.

O conceito de representação semiótica para Duval (2003 p.14) é essencial, pois o sujeito só absorve uma compreensão de um objeto caso recorra a algum tipo de representação, como que trocando um registro por outro.

Lima (2014) destaca que os conteúdos geométricos são sempre apresentados entre os capítulos finais dos livros didáticos, e pelo simples fato do professor dar sequência passo a passo no livro desde o princípio, o tempo para aprofundar na geometria fica reduzido ou inexistente.

Lorenzato (1995. P. 4) destaca esse fator:

[...] a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula.

Portanto, constata-se que mesmo sendo um conteúdo de extrema importância, a geometria é ignorada por diversos educadores, devido aos fatores analisados e esboçados acima. Algumas soluções metodológicas podem ser aplicadas com o intuito de incentivar e atrair o interesse tanto de professores para transmitir o conteúdo proposto como dos estudantes.

2.3 Algumas metodologias práticas ao ensino da Geometria

Com a quantidade de informações a se transmitir, o conteúdo além de parecer desinteressante, pode ser visto pelo aluno como um sacrifício, um castigo, possuindo pouca prática e muita teoria. Pode acabar por ser traumático fazendo-os até mesmo odiar sem nem ao menos conhecê-lo. É realmente desafiador atrair ao máximo o interesse do aluno ao conteúdo, e desmitificá-lo quanto às interpretações de que a matéria além de complicada é desinteressante (BOAS, 2008).

Com o intuito de motivar e incentivar o ensino da Matemática, uma vez sendo que essa metodologia tradicional e arcaica não corresponde mais as necessidades do aluno, matemáticos e educadores tomaram por iniciativa a criação de novas metodologias de ensino que sejam mais atrativas.

Partindo desse pressuposto, vários recursos podem ser utilizados de forma a atrair o interesse do aluno, principalmente para as aulas de Matemática, em especial, as de geometria. Para isso, Fonseca (2001, p.117 – 118) defende a utilização de vídeos educativos, que na área da geometria proporciona:

“[...] provocar uma reflexão e uma discussão a respeito da presença da geometria nas diversas situações de nossa vida pessoal e/ou profissional e da necessidade de se estudá-la na escola para desenvolver competências que atendam às demandas forjadas em tais situações. A importância da Educação Matemática na formação dos cidadãos vem sendo geralmente reconhecida, e, em particular, a Educação Geométrica tem sido apontada como possibilitadora do desenvolvimento de habilidades e competências essenciais a essa formação. [...] Trata-se de olhar a geometria para além de sua dimensão como conteúdo escolar – vê-la como experiência dos homens desde a pré-história, processo e produto de suas necessidades materiais e de seu pensamento. Ao lado da aritmética, frequentemente privilegiada na prática das salas de aula da Educação Fundamental brasileira, a geometria é uma das raízes da Matemática como campo científico, e, ao mesmo tempo, um conhecimento básico do patrimônio cultural de todos os grupos humanos.”

Os recursos audiovisuais promovem essa experiência de uma forma imersiva que como o autor menciona, provoca uma reflexão e facilita a compreensão desse conteúdo importante.

Lorenzato (2009) refere-se a esses recursos visuais ou visual-tátil como fatores que facilitam o aprendizado principalmente em relação à matemática, uma matéria já subestimada pelos medos que provoca, e devido a isso, se mostram importantes pela praticidade.

Segundo Moran (1995, p 27- 35)

O vídeo parte do concreto, do visível, do imediato, próximo, que toca todos os sentidos. Mexe com o corpo, com a pele nos toca e “tocamos” os outros estão ao nosso alcance através dos recortes visuais, do close, do som estéreo envolvente. Pelo vídeo sentimos, experienciamos sensorialmente o outro, o mundo, nós mesmos.

Deve-se também destacar que a tecnologia como recurso na aprendizagem deve ser levada a sério nos dias atuais. Teruya (2006, p.75) reforça que se deve utilizar a computação com o intuito de estabelecer uma forma diferente de aprendizado. O aumento do uso da tecnologia não deve ser ignorado nas escolas.

As artes além de conter todo um contexto que abrange tempos e eras, para Oliveira (2006, p.20) ela é transformadora. Ele destaca que aspectos geométricos e matemáticos sempre estão presentes em diversas obras de vários artistas, como nas pirâmides do Egito, estátuas, mosaicos, no próprio coliseu, etc.

Contribuindo com essas ideias têm-se a citação de Fainguelernt (2006, p.26) que diz que Escher utilizava a matemática como ferramenta que lhe ampliava a percepção e a exploração.

2.3.1 Material didático

Os materiais didáticos, conforme Lorenzato (2006) defende, representam qualquer ferramenta ou instrumento que facilite o processo do ensino-aprendizagem, desde livros, quadros, um jogo ou até mesmo uma área. O autor frisa também que esses materiais didáticos proporcionam diversas possibilidades práticas na arte de ensinar, e o educador deve ter em mente o que pretende realizar com o recurso escolhido.

Ao analisar a importância do conteúdo geométrico, os desafios encontrados e recursos que funcionam como facilitadores, percebe-se que a geometria só cumpre seu papel quando se objetiva trazê-la como um instrumento aplicável à realidade vivida pelo aluno. Sendo assim, utilizado de uma forma agradável e interessante que se destina a compreender situações proporcionadas no cotidiano. O papel do professor se faz imprescindível.

Para melhor compreensão da geometria, o recurso a ser utilizado nesse estudo e que visa apresentar a geometria como um conteúdo presente em diversos lugares, trata-se de um esporte muito amado em todo o mundo, o futebol.

3 GEOMETRIA APLICADA

Com a necessidade de compreensão do mundo e entender como aprimorar as qualidades de vida surgiram os conceitos geométricos. Pode-se destacar que a utilização da Geometria surgiu das necessidades humanas de dividir e demarcar terrenos, ou mesmo por estéticas relacionadas a configurações e ordem, constituindo assim, segundo Boyer (1996, p.5), como uma das aquisições de conhecimento mais antigas a que se tem registro.

Eves (1997) reforça que foram das necessidades da sociedade de distribuição de terrenos que se originaram formas, fórmulas, e alguns cálculos, surgindo os preceitos de figuras geométricas.

Geometria tem como significado “medição da terra” e entende-se assim que para um avanço da compreensão dos atributos visuais dentro do aspecto geométrico, é necessário um reconhecimento dos aspectos físicos do mundo e os apresentar de forma tridimensional.

3.1 Noções de Geometria

Para adentrar-se nos conceitos práticos da geometria dentro das delimitações de um estádio de futebol, e utilizar-se para o aprimoramento da aplicabilidade deste conteúdo matemático, relataremos as ideias e conceitos da Geometria a qual será aplicada.

Os conceitos já existentes e denominados primitivos delimitados pela Geometria são denominados como: ponto, reta e plano. São os elementos básicos necessários para análises, e servirão para delimitar o que será apresentado nos campos de futebol.

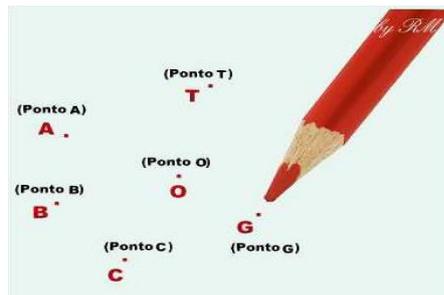
Dolce (2005) destaca que os matemáticos aceitam esses conceitos primitivos devido ao fato de haver uma definição própria, e por serem elementos necessários.

3.1.1 Ponto, reta e plano

Qualquer ponto deve ser considerado o princípio. Toda forma geométrica para se estabelecer deriva sempre de um ponto determinado. Ainda que não possuindo dimensões, ele delimita uma demarcação no espaço, proporcionando formar dali as figuras. (BOAS, 2008).

A figura a seguir representa vários pontos em um plano, embora o ponto não deva ocupar área o tratamos de forma discreta de acordo com o ponto de vista. Por exemplo, um ponto pode representar toda uma cidade ao olharmos um mapa do estado, ou simplesmente uma casa ao mapearmos um bairro.

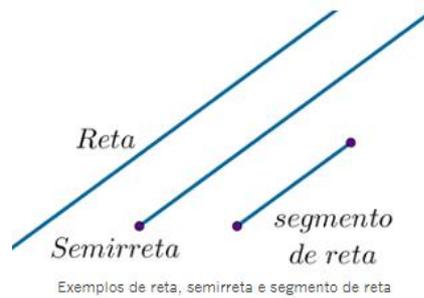
Figura 1 Pontos em um plano



Fonte: ROBERTO (2011)

Retas são as representações de uma infinidade de pontos unidos que sequencialmente formam um segmento sem curvas. Uma reta só é formada por pontos que estiverem alinhados. As retas possuem tamanho infinito, porém pode se estabelecer uma reta com um princípio demarcado por um ponto, mas que não tem fim. Essas são as chamadas semirretas. E uma reta com um ponto inicial e final atribui-se o nome de segmento de reta (SILVA, 2014).

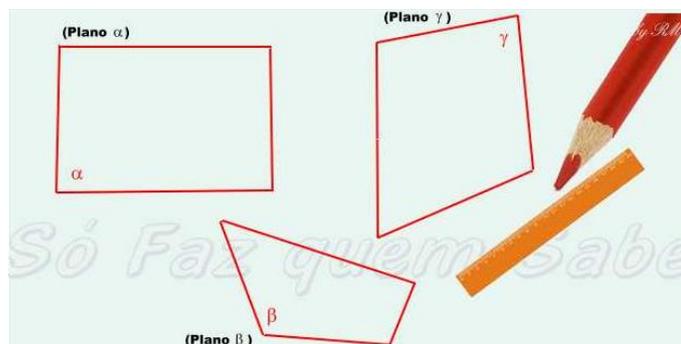
Figura 2 Reta, semireta e segmento de reta



Fonte: SILVA (2014)

O plano, assim como a reta, é formado por um sequencial de pontos, mas diferentemente ele possui um aglomerado de retas lado a lado. Pode-se exemplificar que um tampo de uma mesa e o chão de uma quadra seriam considerados um plano, qualquer que seja a superfície desde que seja reta. Ele sempre se prolonga podendo atingir qualquer tamanho. Para representar um plano é necessário que haja pelo menos três pontos não necessariamente alinhados. (SILVA, 2014)

Figura 3 Tipos de plano



Fonte: ROBERTO (2011)

Mencionar o espaço também se faz necessário para a compreensão dos conceitos geométricos. O espaço seria uma composição de diversos planos em dimensões divergentes (ROBERTO, 2011).

É no espaço que se constrói e projeta as figuras geométricas, representando todo o ambiente que se propaga em todas as dimensões. Possuem profundidade, comprimento e largura como o cubo representado na figura (SILVA, 2014).

Figura 4 Cubo sobre o plano



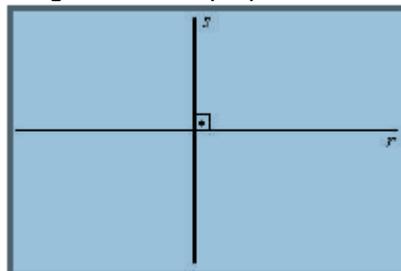
Fonte: SILVA (2014)

3.1.2 Perpendicularidades

Em um ambiente representativo entre os planos e as retas, a perpendicularidade se destaca por possuir características que a faz se diferenciar das diversas posições (MIRANDA, 2017).

Deste modo, Dolce (2005) relata que duas retas r e s são perpendiculares se, e somente se, são concorrentes e formam ângulos “retos”.

Figura 5 Retas perpendiculares



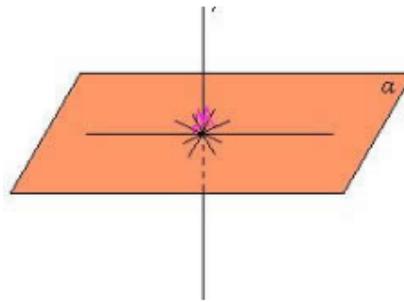
Fonte: BOAS (2008)

As retas r e s na figura 5 são perpendiculares e tem por notação $s \perp r$.

3.1.3 Reta e Plano perpendiculares

Em um determinado ponto, uma reta concorrente à um plano é perpendicular ao mesmo quando se faz perpendicular a todas retas que constituem o plano que passam pelo ponto determinado.

Figura 6 Retas e plano perpendiculares

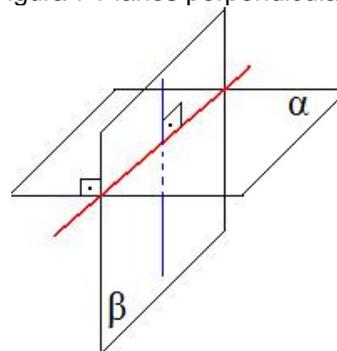


Fonte: SILVA (2017)

Indica-se que a reta r é perpendicular ao plano α por $r \perp \alpha$ ou por $\alpha \perp r$. Se uma reta a é perpendicular a duas retas b e c , concorrentes em um plano α , então ela é perpendicular ao plano α .

Dois planos serão considerados perpendiculares quando existir uma reta de um deles perpendicular ao outro plano.

Figura 7 Planos perpendiculares



Fonte: MIRANDA (s.d.)

3.1.4 Paralelismo

Entende-se como paralelismo o estudo sobre posições relativas entre retas e planos, mantendo a atenção nas propriedades que resultam dessas determinadas posições e de suas interações.

3.1.4.1 Retas Paralelas

São determinadas paralelas duas retas ou mais estabelecidas em um determinado plano e que não possuem pontos em comum. (Silva, 2014). Podem ser representadas como na figura abaixo:

Figura 8 Retas paralelas



Fonte: SILVA (2014)

Uma reta e um plano também podem formar um paralelismo quando não possuem pontos em comum, assim também com dois planos que não se encontram em nenhum ponto.

Figura 9 Reta paralela ao plano

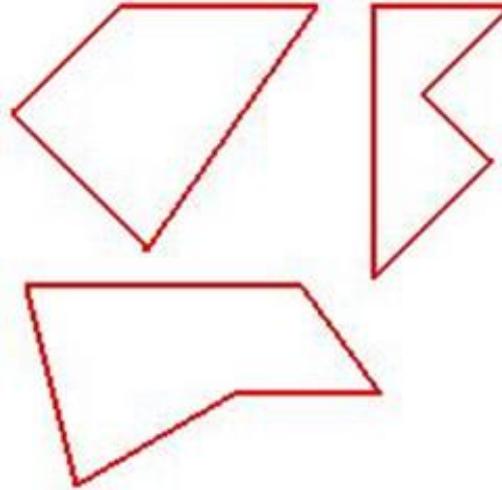


Fonte: SILVA (2014)

3.1.5 Polígonos

Observe nas seguintes figuras que o contorno é composto por uma linha, formada por segmentos de retas, que não se cruzam e a sua construção é iniciada em um ponto e será encerrada neste mesmo ponto. Este tipo de linha é definida como linha simples e fechada.

Figura 10 Contorno dos polígonos



Fonte: SILVA (2017)

Para Giovanni Junior e Castrucci (2009), o polígono é definido por estas linhas simples e fechadas no plano composta por segmento de reta e sua região interna.

Alguns polígonos possuem nomenclaturas de acordo com seu número de lados, veja:

Tabela 1 Tipos de polígonos

Número de lados	Nome do Polígono	Ilustração
3	Triângulo	
4	Quadrilátero	
5	Pentágono	
6	Hexágono	
7	Heptágono	
8	Octógono	
9	Eneágono	
10	Decágono	

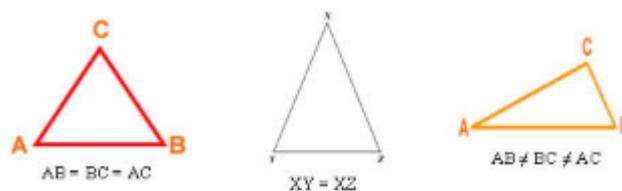
12	Dodecágono	
20	Icoságono	

Dentre estes polígonos citados acima, destacou-se nesta obra os triângulos e os quadriláteros.

3.1.5.1 Triângulos

Triângulo é um polígono que possui três segmentos de retas que se encontram, formando três vértices, três ângulos e três lados (SILVA, 2014). Em relação à medida dos lados, destacam-se três tipos de triângulos, sendo eles: equilátero, cujos três lados são iguais; isósceles, que possui apenas dois lados com medidas iguais, e por fim, o triângulo escaleno, cujos três lados são de medidas diferentes.

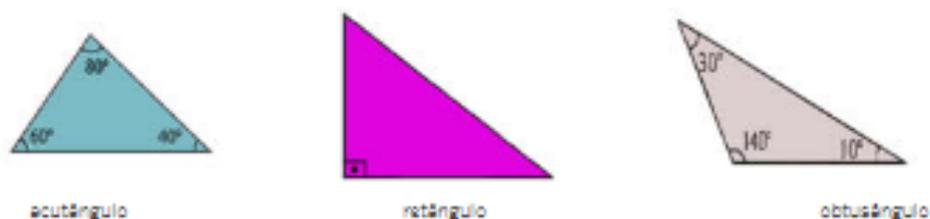
Figura 11 Medida dos lados do triângulo



Fonte: SILVA (2014)

Quanto aos ângulos, os triângulos são classificados em três tipos: acutângulos – quando todos os ângulos são agudos ($<90^\circ$), retângulos – quando há um ângulo reto ($= 90^\circ$) e obtusângulos – quando há um ângulo obtuso ($>90^\circ$).

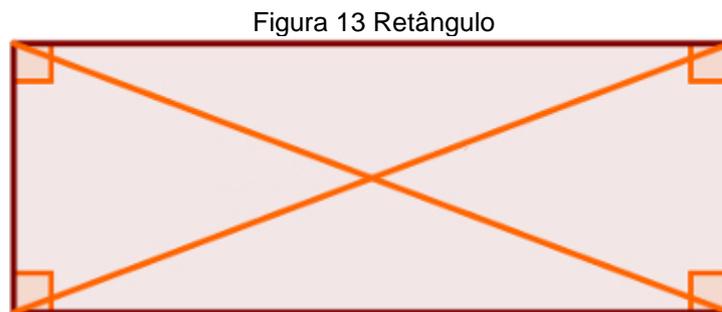
Figura 12 Medidas de ângulos dos triângulos



Fonte: SILVA (2014)

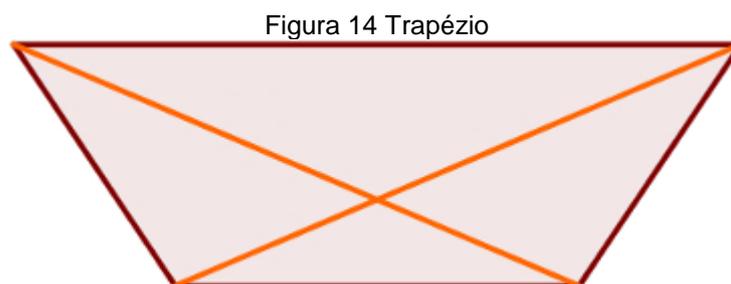
3.1.5.2 Quadriláteros

Pode-se definir quadriláteros como polígonos de 4 lados. Dentre estes, alguns tem suas próprias formas e medidas: O retângulo possui lados opostos paralelos e tem seus ângulos internos retos. Ele possui as diagonais com mesmas medidas e se cruzam ao meio.



Fonte: SILVA (2014)

Os trapézios contêm somente um par de seus lados paralelos, denominados bases. Os demais lados não são paralelos e se forem congruentes são denominados isósceles e assim tanto os ângulos da base como as diagonais possuem as mesmas medidas.



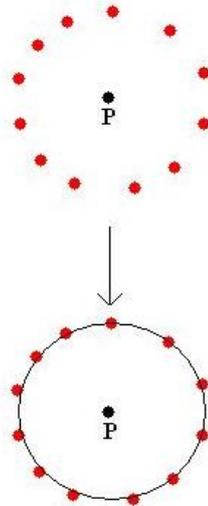
Fonte: SILVA (2014)

3.1.6 Circunferência

Define-se circunferência como figura geométrica em um plano composta por infinitos pontos igualmente distantes de um ponto fixo.

Imaginando um ponto P , todos os pontos distintos e equidistantes a ele representarão a formação da circunferência (MIRANDA, 2017)

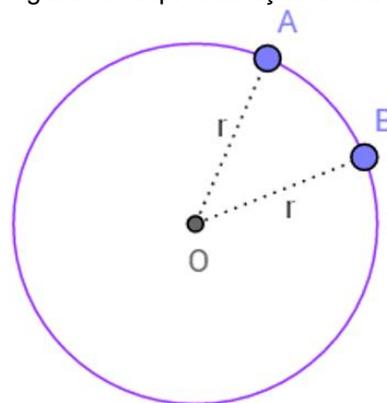
Figura 15 Pontos da circunferência



Fonte: MIRANDA (s.d.)

O ponto P representa o centro da circunferência, e os demais pontos estão na mesma distância do ponto central P . Essa distância se denomina por raio da circunferência e pode ser representado pela letra r .

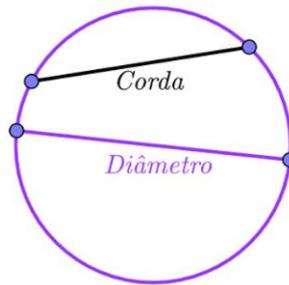
Figura 16 Representação do raio



Fonte: SILVA (2017)

Como segmento, Silva (2017) refere-se a corda como um segmento de reta que faz a ligação de dois pontos quaisquer na circunferência. O Segmento que une dois pontos e que passa no ponto central do círculo possuirá o nome de diâmetro. Pode se dizer que diâmetro é a corda de maior comprimento que passa na circunferência.

Figura 17 Corda e diâmetro



Fonte: SILVA (2017)

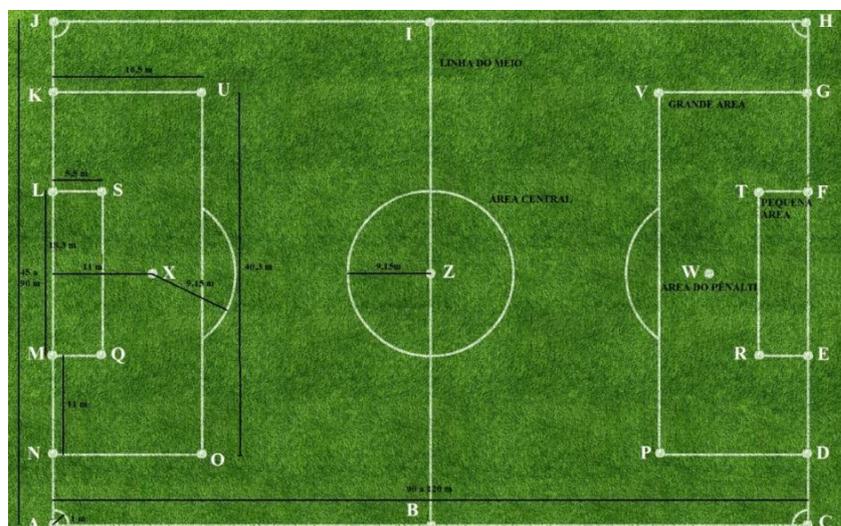
Sendo o raio r e diâmetro d será dado por: $d = 2r$.

Todas as formas geométricas que são utilizadas nas delimitações dos esportes que serão destacados foram mencionadas acima, sendo que existem várias formas geométricas que podem ser utilizadas e aplicadas em inúmeros objetos e locais.

4 ENSINANDO GEOMETRIA UTILIZANDO AS DELIMITAÇÕES DE UM CAMPO DE FUTEBOL

Estabelecido os conceitos básicos da geometria plana de reta e plano podemos identifica-los em um campo de futebol e assim demonstrar de forma clara aos alunos.

Figura 18 O campo e suas medidas oficiais



Fonte: (SILVA, 2015)

Dando destaque a imagem acima, Silva (2015) articula que ao analisá-la, consegue-se observar 25 pontos denominados de A a Z, sendo que apenas os pontos X e W não estão em um segmento de reta.

A presente tabela faz a descrição das medidas oficiais dos campos determinados pela FIFA para partidas em campeonatos de futebol.

Utilizando como base as delimitações máximas de medida estabelecidas, pode-se realizar alguns cálculos geométricos com o intuito de estimular o aprendizado do aluno.

Tabela 2 Medidas oficiais do futebol

Dimensões	Medidas
Medidas linha lateral	Mínimo de 100m, máximo de 110m.
Medidas linha de meta	Mínimo 64m, máximo de 75m.
Medidas Trave	2 postes verticais 2,44m por 1 poste horizontal 7,32m.
Medidas da grande área	Retângulo 2 linhas iguais com 16,5m por outras de 40,3m.
Medidas escanteio	Bandeirinha 1,5m altura, e $\frac{1}{4}$ de círculo de 1m de raio.
Distância marca do pênalti ate a linha do gol	11m.
Medidas pequena área	Retângulo 2 linhas iguais 5,5m unida por outra linha perpendicular.
Raio da circunferência no meio de campo	9,15m.

Fonte: DUTRA (2012)

Para começar, vamos calcular o perímetro do campo inteiro e as áreas das delimitações do campo, desde a pequena área até as dimensões totais. Passaremos as probabilidades angulares que o percurso da bola pode fazer até o gol numa cobrança de pênalti, e analisaremos as circunferências do campo e da bola.

4.1 Perímetro e áreas

Segundo Boas (2008) pode-se começar incentivando o aluno a analisar as medidas da grande área, citando que essa área total representa o espaço que o

goleiro tem que o permite tocar a bola com as mãos. Sabendo que possui 16,5m de comprimento e 40,3 m de largura segue:

$$A = b \times h, \text{ para, } \mathbf{b \text{ é relativo ao comprimento e } h \text{ à largura}}$$

$$A = 16,5 \text{ m} \times 40,3\text{m}$$

$$A = 664,95 \text{ m}^2$$

O mesmo pode ser feito com as medidas da pequena área.

Da mesma forma, uma observação das medidas completas do campo com 110 m de comprimento e 75 m de largura, encontraremos o perímetro e a área total. O perímetro (P) é relativo ao dobro da soma de comprimento (b) + largura (h). Por exemplo:

$$P = 110 \text{ m} + 110 \text{ m} + 75 \text{ m} + 75 \text{ m} = 2 \times (110 \text{ m} + 75 \text{ m})$$

$$P = 2 \times (185 \text{ m})$$

$$P = 370 \text{ m}$$

O perímetro do campo é de 370m.

A área total (AT) do campo é a multiplicação do comprimento (b) pela largura (h), por exemplo:

$$\text{Medidas do campo} = 110 \text{ m} \times 75 \text{ m}$$

$$AT = 110 \text{ m} \times 75 \text{ m}$$

$$AT = 8.250 \text{ m}^2$$

O campo de futebol possui **8.250 m²** de área.

Obtendo o valor da área total do campo, um ponto interessante a ser calculado, seria essa área dividida em igualdade pra cada um dos 22 jogadores dentro do campo.

A área total do campo medindo 8.250m² dividida entre 22 jogadores, resultará:

$$AT = 8.250 \text{ m}^2 / 22 \text{ (área total de } 8.250 \text{ m}^2 \text{ dividida por } 22 \text{ jogadores)}$$

$$AT = 375 \text{ m}^2$$

Cada jogador pode ocupar uma área de 375 m².

4.2 Medida de lados e ângulos

Sabendo que, a distância da marca do pênalti ao ponto médio da linha do gol é de 11 metros e com as medidas já estabelecidas das traves do gol (7,32 x 2,44),

Neto (2010), destaca que uma cobrança de pênalti é realizada por um tiro direto, e assim, com base na distância e velocidade atingida, pode-se ser destacada como linha reta.

Figura 19 Linhas retas na cobrança de pênalti



Fonte: NETO (2010)

Como uma cobrança pode variar de altitude, cobranças diferenciadas formam vários triângulos retângulos, sendo a trave e a linha vermelha os catetos, e as pontilhadas a hipotenusa, formando assim diversos ângulos possíveis.

Neto (2010) ao chamar a incógnita do ângulo de G, frisa que, para descobrir o valor aproximado do ângulo G que passe rente à borda inferior do travessão no ponto médio do mesmo, deve-se usar a tangente para calcular.

Figura 20 Cálculo do ângulo usando a tangente

$$\cos G = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{11\text{m}}{x}$$

$$\text{sen } G = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{2,44\text{m}}{x}$$

$$\text{tg } G = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{2,44\text{m}}{11\text{m}} \Rightarrow \text{tg } G = \frac{2,44}{11} = 0,22$$

Fonte: NETO (2010)

Como a altura que chamamos de y é dada como 2,44 metros, foi calculado o valor original desta tangente e, em seguida, o valor que se aproxima de G.

Figura 21 Valor aproximado do ângulo

$$\text{tg } G = \frac{2,42}{11} \Rightarrow \text{tg } G = 0,22 \Rightarrow G \cong 13^\circ$$

Fonte: NETO (2010)

Pode-se concluir que o ângulo varia entre 0° em um chute rasteiro podendo chegar ao valor próximo de 13° no ângulo de vista lateral e vertical.

Os cálculos de ângulos e medidas podem ser realizados com a vista observada de cima, elaborando inúmeros problemas de medidas e ângulos, até mesmo sobre a diagonal do campo de futebol.

4.3 Círculo central

Considerando o círculo central do campo de futebol, deve ser calculada sua área considerando que $A = \pi.r^2$, sendo pi medindo aproximadamente 3,14, para calcular, deve-se multiplicar o valor de pi pelo quadrado da medida do raio, que é 9,15, conforme exemplo abaixo:

$$A_C = \pi.r^2$$

$$A_C = 3,14 \times (9,15 \text{ m})^2$$

$$A_C = 3,14 \times 83,72 \text{ m}^2$$

$$A_C = 262,88 \text{ m}^2$$

A área do círculo central é 262,88 m².

Sendo a bola fundamental para realização de uma partida de futebol, e fazendo uma análise reflexiva sobre sua confecção, nota-se que ela possui diversas figuras geométricas.

Para destacar como são produzidas, Morelli apud Corrêa (2001, p.35) relata:

Antes, a vaquinha é que ia para o sacrifício. O couro de cada animal rendia seis bolas. Hoje as fábricas usam tiras de poliuretano, um tipo de plástico derivado do petróleo. O poliuretano é mais elástico do que o couro, tem espessura constante e não encharca tanto. Uma prensa especial corta o plástico em gomos de seis e cinco lados. Pegue uma bola e conte. São sempre trinta e dois pedaços (vinte hexágonos e doze pentágonos).

Sendo assim, atribui-se a estas faces o nome de icosaedro truncado, reconhecido como sólido de Arquimedes.

Ao analisar dados do Instituto de Pesos e Medidas (MONTINI, 2017), observou-se que o comprimento da circunferência determinada pelos padrões oficiais da FIFA para a bola da Copa de 2014, deve respeitar o padrão entre 68,5cm e 69,5cm, e estar entre 68 e 70 centímetros. Quanto ao peso, entre 410 e 450 gramas.

Para calcular o raio, deve-se utilizar a medida exigida pelo padrão FIFA. Utiliza-se assim, a medida maior (69,5), aplicando na fórmula da circunferência.

$$C = 2\pi r$$

$$69,5\text{cm} = 2 \times 3,14r.$$

$$69,5\text{cm} = 6,28r.$$

$$r = 69,5 \div 6,28$$

$$r = 11,066\text{cm}.$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nos aspectos mencionados no presente artigo, nota-se que a importância da Geometria tem um fundamental aspecto social, que é pouco valorizado, reconhecido e transmitido dentro das salas de aula.

A geometria tem um papel de suma importância e está em todos os lugares. O desconhecimento dos professores em relação ao tema e também o fato de ser uma matéria não muito valorizada, tanto por ser pouco mencionada em livros didáticos, quanto por outros motivos, faz com que os alunos tenham cada vez mais desinteresse na disciplina, taxando-a de chata, difícil, desagradável, e etc., o que dificulta o aprendizado do aluno.

Há várias formas de transmissão de conteúdo da geometria, tanto por vídeo aulas, quanto por meio de arte ou outros meios de pesquisa, e coisas do cotidiano, que podem ser utilizadas como alternativas criativas para atrair a atenção dos estudantes.

O futebol, por ser um esporte amado pela maioria das pessoas, pôde neste trabalho ser usado como ferramenta eficaz, com intuito de apresentar de forma diversificada vários campos das definições geométricas. Aprender Geometria pode ser estimulante e atrativo quando se utiliza de meios alternativos para ensinar a mesma, que não seja somente dentro da sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, S.A.G.; MANRIQUE, A.L.; SILVA, M.J.F. da. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos.** 2004. 16 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

BOAS, R.A.V., **A Geometria do futebol: Um facilitador no ensino aprendizagem.** 2008. 43 f. Monografia (Graduação em Matemática)* Centro Universitário de Lavras - UNILAVRAS, Lavras, 2008.

BOYER, C.B. (1996). **História da Matemática** (2ª ed.). S. Paulo: Editora Edgard Blücher, Ltda. Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2003.

CORRÊA, R.de A. "Por dentro da bola", Reflexões sobre a prática pedagógica do professor de matemática. **Revista da Sociedade Brasileira de Matemática.** São Paulo, ano 8, n. 11, p. 34-40, dez. 2001.

CHANG T.S. A teoria do conhecimento de um filósofo chinês. In: CAMPOS, H. (org.). **Ideograma: lógica, poesia, linguagem.** São Paulo: EDUSP, 2000.

D'AMBRÓSIO, U. Desafio da Educação Matemática no novo milênio. **Revista da Sociedade Brasileira de Matemática,** São Paulo, ano 8, n. 11, p. 14-17, dez. 2001.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar 9:** geometria plana. 8º ed. São Paulo: Atual.2005.

DUTRA, K. O **Futebol: Matemática Olímpica.** 2012. Disponível em: <<http://redes.moderna.com.br/2012/07/30/o-futebol-matematica-olimpica/>>. Acesso em: 11 out. 2017.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** 4ª ed. Campinas, SP. Papyrus, p.11-33, 2003, ISBN 85-308-0731-6.

EVES, H. Geometria: **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula.** Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FAINGUELERNT, E. K. **Fazendo arte com a Matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2006.

FONSECA, M. C. F. Rua et al. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001. Fontes, 1998.

GIOVANNI J., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**. São Paulo: Renovada, 2009. 336 p. (6ºano). Coleção a conquista da Matemática.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. de. A Geometria Escolar hoje: conversas com o professor que ensina matemáticas In: SILVA, M. C. L. da; VALENTE, W. R. (Org.). **A geometria nos primeiros anos escolares**: história e perspectivas atuais. Campinas: Papirus, 2014. p. 83-128.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Autores Associados, 2009.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? In: **Educação Matemática em Revista – SBEM 4**, p. 3 - 13., 1995.

MIORIM, M. A. **O ensino da matemática: evolução e modernização**. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1995.

MIRANDA, D. de. **Perpendicularidade**. [s.d.] Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/perpendicularidade.htm>>. Acesso em: 14 set. 2017.

MONTINI, P.L. Instituto de Pesos e Medidas. **Almanaque do IPEM**, São Paulo. Disponível em: <<https://ipemsp.wordpress.com/2011/09/26/medidas-do-campo-de-futebol/>>. Acesso em: 06 ago, 2017.

MORAN, J.M. O Vídeo em Sala de Aula. Comunicação & Educação, São Paulo, v.2, p.27-35, jan/abr. 1995.

NETO, R.A. **Futebol e matemática: A geometria do pênalti**. 2010. Especial para a Página 3 Pedagogia & Comunicação. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/disciplinas/matematica/futebol-e-matematica-a-geometria-do-penalti.htm>>. Acesso em: 08 jun. 2010.

OLIVEIRA, J. **Explicando a arte**: uma iniciação para entender e apreciar. Ediouro, 2006.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades perspectivas**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2003.

ROBERTO, M. **Noções Fundamentais da Geometria**.: Ideias de ponto, reta e plano. 2011. Disponível em: <<http://www.sofazquemsabe.com/2011/11/nocoes-fundamentais-da-geometria-ideias.html>>. Acesso em: 26 out. 2017.

ROSA, A. M. da. **Figuras Geométricas: Instrumento Importante Para o Ensino da Geometria**. 2009. 55 f. Monografia (Especialização) - Curso de Educação Matemática, Universidade do Extremo Sul Catarinense - Unesc, Criciúma, 2009.

SCHIRLO, A. C.; SILVA, S. de C. R. da. Resolução de problemas: uma metodologia de ensino para a aprendizagem da Geometria. **Revista Eletrônica Fafit/Facic**, v. 2, n. 2, 2013. Disponível em: Acesso em: 25 ago 2017.

SILVA, D. F. da. **Os conceitos primitivos de geometria plana e o perpendicularismo presente nas linhas que demarcam um campo de futebol**. 2015. 14 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Rondônia (unir/ Campus Ji-paraná), Rondônia, 2015. Cap. 4.

SILVA, L. P. M. **Noções primitivas de Geometria: ponto, reta, plano e espaço**: As noções primitivas da Geometria são os elementos que não possuem definição, mas que dão base para ela: reta, ponto, plano e espaço. 2014. Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/nocoos-primitivas-geometria-ponto-reta-plano-espaco.htm>>. Acesso em: 12 set. 2017.

SILVA, L. P. M. **Paralelismo: Geometria de posição e poliedros**. 2014. Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/paralelismo.htm>>. Acesso em: 12 set. 2017.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **"O que é circunferência?"**; *Brasil Escola*. 2017. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-circunferencia.htm>>. Acesso em 12 de set. 2017.

SILVA, M. N. P. da. **Classificação de Triângulos**. 2014. Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/classificacao-triangulos.htm>>. Acesso em: 13 out. 2017.

SILVA, M. N. P. da. **"Perpendicularidade"**; *Brasil Escola*. 2017. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/perpendicularidade.htm>>. Acesso em 30 de out. 2017.

TERUYA, T. K. **Trabalho e Educação na Era Midiática**: um estudo sobre o mundo do trabalho na era da mídia e seus reflexos na educação. Maringá: Eduem, 2006.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins, 1991.