



TALITA APARECIDA RODRIGUES

**A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA NO MUNDO REAL: ênfase na área da
educação**

Patos de Minas - MG

2021

**A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA NO MUNDO REAL: ênfase na área da
educação**

Talita Aparecida Rodrigues

Artigo científico apresentado como
requisito parcial para a obtenção do título
de licenciada em Matemática.

Orientadora: Esp. Eremita Marques

Nogueira Barbosa

Coorientadora: Ma. Rosana Mendes

Maciel Moreira

Patos de Minas - MG

2021

TERMO DE APROVAÇÃO

TALITA APARECIDA RODRIGUES

Artigo do Curso de Matemática com o título:

A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA NO MUNDO REAL: ÊNFASE NA ÁREA DA
EDUCAÇÃO

Aprovada no dia _____ de _____ de _____ pela banca
Examinadora:

Prof

Prof

Patos de Minas/MG, _____ de _____ de _____.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe Neusa e ao meu pai José dos Reis que me serviu de apoio nesta caminhada; a minha tia Regiane que sempre me incentivou com palavras e atitudes; ao meu namorado Ivan que sempre esteve ao meu lado em todas as situações e sempre acreditou no meu potencial.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me permitir realizar esse sonho e expresso minha gratidão também a todos que contribuíram diretamente ou indiretamente para a minha formação. O meu muito obrigado a todos os profissionais da FPM, em específico a minha coordenadora do curso e amiga Prof.^a Eremita Marques, ao Prof. Túlio Guimarães, ao egresso Prof. Juliano e a Prof.^a Rosana Maciel. Esses tem sido mestres maravilhosos que durante a caminhada não mediram esforços para nos ensinar de maneira pura e bela todos os conteúdos. Muito Obrigado!

“Donde hy matéria, hay geometria.”

Johannes Kepler

A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA NO MUNDO REAL: ênfase na área da educação

Talita Aparecida Rodrigues¹

Eremita Marques Nogueira Barbosa²

Rosana Mendes Maciel Moreira³

RESUMO

A geometria como matéria integrante da matemática, é essencial para o desenvolvimento humano. O seu estudo contribui para a melhoria das habilidades em resolver situações problemas existentes na vida prática. Sendo presente no cotidiano e essencial para o desenvolvimento humano, se tornou matéria obrigatória durante a formação dos alunos. No entanto, mesmo sendo parte integrante do currículo escolar, é vista como insignificante por alguns, pois devido à falta de didática, de recursos metodológicos partindo do professor, juntamente com o desinteresse dos alunos contribui para desvalorização da disciplina. Objetivou-se nesse trabalho, mostrar as diferentes áreas onde a geometria se aplica, bem como sua relevância, esclarecendo e ajudando professores que tenham dificuldades em exemplificar a finalidade dessa matéria no cotidiano, para que os alunos construam uma nova percepção e aprendam sobre tal. Nesse sentido, foi realizado uma pesquisa de caráter bibliográfico e através da leitura de artigos e textos que estão disponíveis nas plataformas acadêmicas como a Scielo, por exemplo, buscou-se entender os diferentes locais onde a geometria se aplica bem como sua importância dando mais ênfase nessa disciplina dentro de sala de aula com dicas e sugestões para gerar interesse e maior participação dos alunos e professores. Dessa forma, conclui-se a evidência da importância do ensino da geometria nas escolas, pois se trata de uma matéria atuante em diversos aspectos da realidade. É fato a falta de interesse dos alunos em aprender a geometria como também é fato o pouco tempo de aula e a dificuldade dos professores em lecionar a disciplina. Sendo assim, se faz necessário ter mudanças desde a formação do docente, na iniciativa de buscar novas metodologias de ensino até na participação do governo em disponibilizar maior quantidade de recursos e a valorização do professor.

Palavras-chave: Geometria. Aprendizagem. Metodologias.

1 talita.13839@alunofpm.com.br

2 eremita.barbosa@faculdadepatosdeminas.edu.br

3 rosana.maciel@faculdadepatosdeminas.edu.br

ABSTRACT

Geometry, as an integral matter of Mathematics, is essential for human development. Its study contributes to the improvement of skills in solving problem situations that exist in practical life. Being present in everyday life and essential for human development, it became a mandatory subject during the training of students. However, even though it is an integral part of the school curriculum, it is seen as insignificant by some people, as it is due to the lack of didactics and methodological resources on the part of some teachers, together with the students' lack of interest, which contributes to the devaluation of the discipline. The objective of this work was to show the different areas in which geometry is applied, as well as its relevance, clarifying and helping teachers who have difficulties in exemplifying the purpose of this subject in their daily lives, so that students can build a new perception and learn better and more easily such content. In this sense, a bibliographical research was carried out and, through the reading of articles and texts that are available on academic platforms such as Scielo, for example, we sought to understand the different places in which geometry is applied, as well as its importance, emphasizing this discipline within the classroom, through tips and suggestions to generate interest and greater participation of students and teachers. Thus, the obvious importance of teaching geometry in schools was concluded, as it is a subject present in various aspects of reality. In addition, the students' lack of interest in learning geometry was noticed, as well as the short class time and the teachers' difficulty in teaching the subject. Therefore, changes are needed from teacher training, seeking new teaching methodologies, until the government's participation in making available a greater amount of resources, in addition to a greater appreciation of the teacher.

Keywords: Geometry. Learning. Methodologies.

INTRODUÇÃO

De acordo com Rodrigues (2021) o ambiente social exige alfabetização matemática, pois se trata de uma disciplina que se encontra presente em todos os lugares. Por essa razão, se tornou matéria obrigatória nas escolas. No entanto, a falta de métodos de ensino, de recursos metodológicos e de conhecimentos partindo do professor, aliado ao desinteresse dos alunos, dificulta o processo ensino-aprendizagem, pois a matemática não se limita a números e cálculos. Tão importante como estes, a geometria também é uma ferramenta amplamente utilizada em diversos campos, pois permite ao cidadão a compreensão do espaço, sua ocupação e medidas.

Geometria é uma área matemática fundamental para o cotidiano dos cidadãos, no entanto, não tem dado a devida atenção. A geometria é geralmente deixada para os finais dos anos letivos e tratada a partir das definições, e é dado pouco espaço interativo aos alunos na compreensão dos conceitos geométricos (BREDA *et al.*, 2011).

Além do mais, existem formas geométricas espalhadas por todo o mundo. Isso confirma a grande contribuição da geometria para o desenvolvimento humano, sendo necessária e significativa, assim como números e álgebra, sua utilização no espaço social.

Segundo Breda *et al.* (2011), a fim de compreender o mundo físico recorre-se a geometria. Ao apresentar aos alunos fenômenos geométricos deixando-os resolver problemas de geometria simples, estes aprendem a compreender melhor o mundo à sua volta. Portanto, há necessidade de realizar experiências concretas para desenvolver o raciocínio espacial e capacidade de visualização espacial.

Freitas (2013) comenta que com o decaimento do interesse dos alunos do ensino básico em geometria, tem-se aumentado o interesse de professores e pesquisadores em debater esta problemática tanto nas escolas quanto nas Universidades. Além disso, existe uma consciência coletiva da relevância desta parte da matemática pela sua contribuição na formação e cultura dos alunos além da aplicação em outras ciências.

No entanto quando questionados sobre a utilização da matemática na rotina, os alunos vão mensurar apenas os cálculos usados na compra ou pagamento

de algo, das horas no relógio, da quantidade de objetos existentes, e se esquecem da geometria presente nas construções, nas diferentes embalagens e formas do mundo físico, o que implica na limitação da matemática em apenas operações básicas.

O presente trabalho demonstrou as diferentes áreas onde há necessidade da utilização da geometria, bem como sua importância, esclarecendo e ajudando professores que tenham dificuldades de exemplificar a finalidade dessa matéria no cotidiano, para que os alunos construam uma nova percepção e aprendam sobre tal. Portanto, o trabalho foi dividido em partes, sendo em primeiro plano uma pesquisa sobre a história da formação da matemática e a importância da Geometria, em segundo plano foi descrito a aplicabilidade da Geometria e a exemplificação de sua relevância em diferentes áreas: profissional, na natureza e no cotidiano e por último a explicação de que há grande pertinência da Geometria em conjunto com a aprendizagem.

A geometria em questão está presente desde os primórdios da civilização (Tangram, leis trigonométricas, cálculos de áreas) e também em processos evolutivos importantes (engenharias, arquitetura, urbanismo, sistemas informacionais). Desta forma, o estudo desta disciplina contribui para o desenvolvimento humano, com a obtenção das habilidades em resolver situações problemas existentes na vida prática. Por esse motivo faz parte da formação dos alunos como disciplina obrigatória, uma vez que a educação deve estar ligada à realidade.

Embora, mesmo sendo parte integrante do currículo, esse conteúdo ainda é visto como insignificante por muitos alunos. Logo, mesmo estando presente nos livros didáticos, continua ausente em muitas escolas, pois existem professores mal preparados que dão demasiada importância ao livro didático, abordando os conteúdos de maneira teórica dando mais ênfase nas definições e propriedades, o que contribui para a desvalorização da disciplina abordada.

Além disso, assegurar a necessidade da geometria no cotidiano, introduzindo suas formas de contribuição na vida humana, proporciona a diminuição do problema quanto a falta de interesse do aluno e professor em aprender e ensinar esta disciplina, pois desenvolvendo materiais e novas formas em que se aplica a geometria englobada com a realidade de vida, o torna mais atrativa. É válido citar a importante e contínua mudança que deve ser feito nas instituições formadoras de

profissionais da educação (Universidades), mais precisamente licenciatura matemática por meio de oferta de disciplinas práticas e metodológicas, para que os formandos saiam com elevado conhecimento na utilização de diferentes recursos didáticos como nas mais diversas metodologias.

Portanto, este presente trabalho foi de natureza qualitativa e bibliográfica, no qual buscando conhecer e descrever o universo da aplicabilidade da geometria e sugerir metodologias diferenciadas com intuito de construir uma aprendizagem significativa utilizou-se de recursos como coleta de dados de trabalhos relacionados ao tema, de alguns autores, que se encontram disponíveis nas plataformas acadêmicas.

Gil (1991) afirma que as pesquisas descritivas tem como função estabelecer relações entre diferentes variáveis de um assunto, expor características sobre o assunto estudado e até mesmo proporcionar uma nova visão de um determinado fator.

1. BREVE HISTÓRICO SOBRE A MATEMÁTICA E GEOMETRIA

A história da matemática não tem ao certo um cronograma inicial. Evidentemente, um dos motivos de não existir uma data de início e conter poucos elementos concretos a respeito se dá pelos fatos que aconteceram antigamente. Decerto, foi na antiguidade que muitos povos, com a necessidade de melhoria de vida, começaram a desenvolver teorias matemáticas provando a existência da matéria desde a pré-história em diversos lugares como na Babilônia, no Egito antigo (ROGÉRIO, 2013).

De acordo com Howard Eves (1995) em seu livro “Introdução a história da matemática”, nos primórdios, a espécie humana já tinha uma percepção de números, pois precisavam reconhecer seus membros das tribos e os membros das tribos inimigas usando noções de quantidade. Em virtude do aumento dos povos, as necessidades pela sobrevivência também aumentaram. Além disso, naquela época, a caça aos animais predominava, mas estes perceberam que não o favoreciam tanto, pois como eram nômades precisavam se deslocar de acordo com as estações. Dessa forma, o transporte de seus objetos pessoais precisava ser limitado

em apenas artefatos pequenos e leves. Devido a essas dificuldades, os povos foram desenvolvendo novos recursos sustentáveis, como o início da agricultura. Esse fato exigiu dos povos a necessidade de trabalhar com números, pois estes precisavam medir e contar porções de terras, criando assim os princípios básicos da matemática como contagem e medição.

Por certo, a geometria, termo que em grego significa “medir terras”, é uma das principais áreas da Matemática, mas nada se pode assegurar sobre sua origem, pois há indícios que ela tenha surgido antes da escrita, onde teve o início nos registros do cotidiano dos povos da antiguidade. (TOLEDO, TOLEDO, 1997). Apesar dessa descrição de Marília Toledo, Boyer menciona em seu livro história da matemática, a consistente ideia de Heródoto, onde ele defende que os antigos egípcios tiveram maior participação no desenvolvimento da geometria. Não há dúvidas que antigamente, devido às fortes chuvas, a região do rio Nilo inundava o tornando rico em nutrientes para o plantio.

Essa inundação que ocorria anualmente desmarcava as divisões que faziam para a posse das terras, no qual gerava conflitos entre os donos. Desse modo foram obrigados a designar funcionários para fazer as novas marcações e estas eram feitas em forma de triângulos e retângulos. Com o passar dos anos, a geometria foi ganhando teorias, fórmulas, os conceitos foram se aprimorando devido a dedicação de grandes gênios a disciplina.

De acordo com Souza (2006), a Geometria é um ramo da Matemática que estuda as formas, o dimensionamento, as propriedades, as relações das figuras e dos sólidos geométricos. Portanto, a aprendizagem geométrica é importante para o desenvolvimento de outras áreas do conhecimento além da Matemática, como educação física, tendo noção de área, Geografia, na construção de mapas e em várias profissões como: engenharia, arquitetura, astronomia e até mesmo no trabalho de uma costureira, uma vez que ela sempre utiliza o sistema de medidas.

Desse modo, é importante ressaltar que como a geometria é uma área ampla de conhecimentos, ela possui três subdivisões: A Geometria analítica que relaciona a álgebra e a análise matemática com a geometria; a geometria plana que também chamada de Geometria Euclidiana, onde estuda o plano e o espaço baseando-se nos postulados de Euclides e a geometria Espacial que realiza o estudo de figuras tridimensionais, nessa área de estudo é possível calcular o volume de um sólido geométrico, como as famosas pirâmides por exemplo.

Contudo, muitos gênios dessa área desenvolveram teorias importantes nas quais são utilizadas até os dias de hoje. Sob a luz da necessidade de sobrevivência dos povos antigos, a matemática juntamente com a geometria evoluiu e se tornou uma das matérias mais essenciais na vida do ser humano, sendo considerada hoje impossível viver sem o uso dela, uma vez que esta está presente em diversas áreas do conhecimento que será abordado neste trabalho.

3 GEOMETRIA PLANA, ESPACIAL E ANALÍTICA

Como mencionado acima a geometria possui algumas subdivisões. Nesse artigo enfoca-se principalmente a geometria plana, espacial e analítica.

3.1. Geometria plana

A geometria plana teve sua originalidade na Grécia antiga através de estudos de um geômetra famoso, por nome de Euclides (OLIVEIRA, 2013). Em sua obra intitulada *Os elementos*, Euclides resumiu a geometria numérica em lógica, utilizando o método axiomático. Segundo Galassi e Godoy (2013, p.589), “o método axiomático consiste em admitir como verdadeiras certas proposições, mais ou menos evidentes, e a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais”.

A geometria plana foi fundamentada a partir dos termos primitivos como ponto, plano, retas, juntamente com os axiomas. A partir daí, foram surgindo as definições que deram origem aos inúmeros teoremas.

A geometria euclidiana, por fazer uso da ordem sintética nas demonstrações, parte de estruturas e conceitos sintéticos, também denominados de entes ou conceitos primitivos, tais como a definição de ponto e linha, para gerar e provar um grupo de conclusões sofisticadas e complexas, chamadas de proposições. (ABRANTES, 2018, p.61)

As figuras 1, 2, 3 e 4 apresentam postulados com essa relação entre o ponto, a reta e o plano.

Figura 1- Postulado de existência referente a ponto, plano e reta

4. Postulado da existência

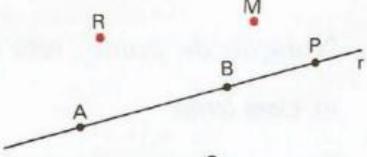
a) Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.
 b) Num plano há infinitos pontos.

A expressão “infinitos pontos” tem o significado de “tantos pontos quantos quisermos”.

A figura ao lado indica uma reta r e os pontos A, B, P, R, S e M , sendo que:

A, B e P estão em r ou a reta r passa por A, B e P , ou ainda
 $A \in r, B \in r, P \in r$;

R, S e M não estão em r ou r não passa por R, S e M , ou ainda
 $R \notin r, S \notin r, M \notin r$.



Fonte: Dolce e Pompeu (1993).

Figura 2 - Postulado de existência referente a ponto e reta

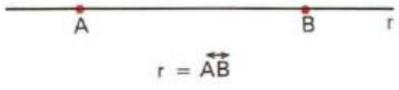
7. Postulado da determinação

a) Da reta

Dois pontos distintos determinam uma única (uma, e uma só) reta que passa por eles.

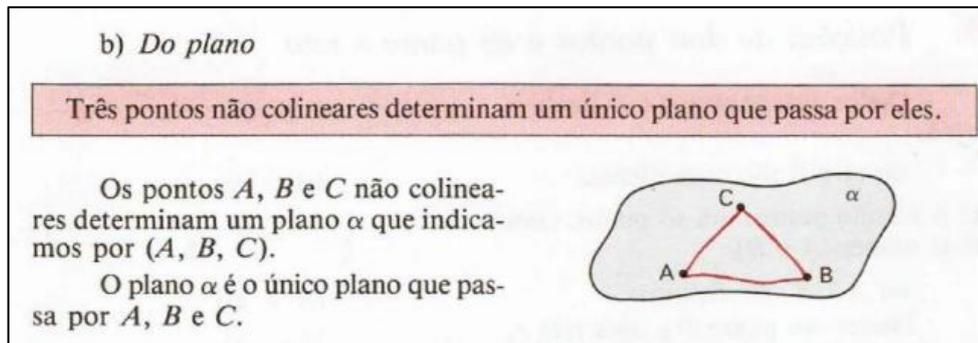
Os pontos A e B distintos determinam a reta que indicamos por \overleftrightarrow{AB} .
 $(A \neq B, A \in r, B \in r) \Rightarrow r = \overleftrightarrow{AB}$

A expressão *duas retas coincidentes* é equivalente a *uma única reta*.



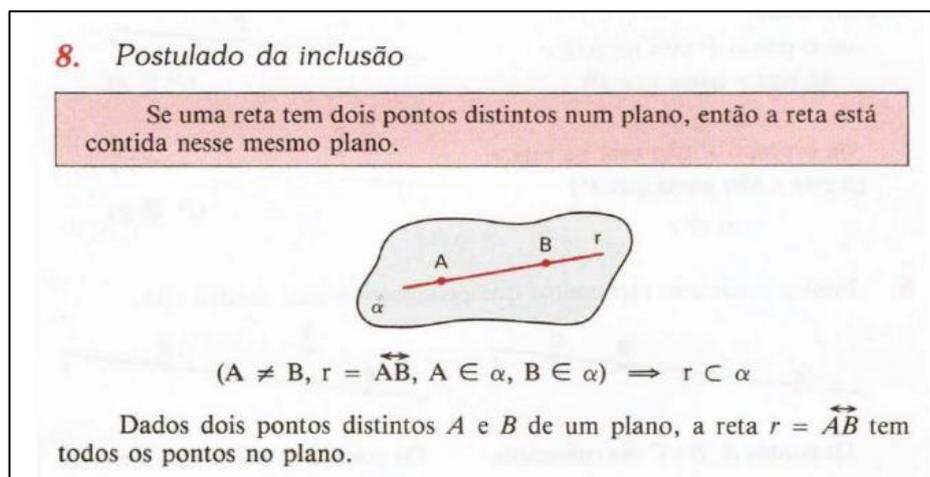
Fonte: Dolce e Pompeu (1993).

Figura 3 - Postulado de existência referente a ponto e plano



Fonte: Dolce e Pompeu (1993).

Figura 4 - Postulado de existência referente a ponto, reta e plano

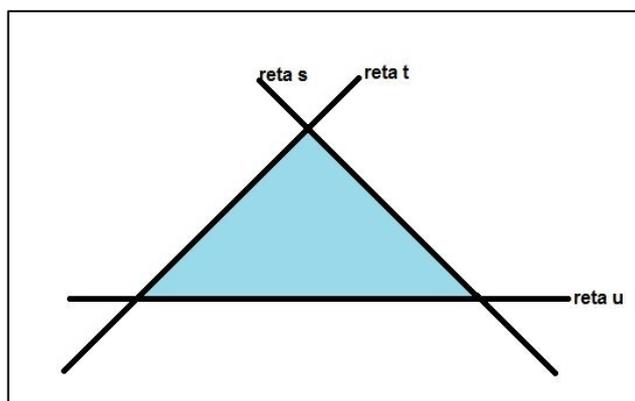


Fonte: Dolce e Pompeu (1993).

Com a origem dos termos primitivos surgiram as formas geométricas. Através das formas geométricas surgiram outras definições como classificação dos polígonos, os ângulos, o cálculo de áreas e perímetros. Vale ressaltar que na geometria plana estuda somente as figuras que possuem duas dimensões, ou seja, as que possuem comprimento e largura.

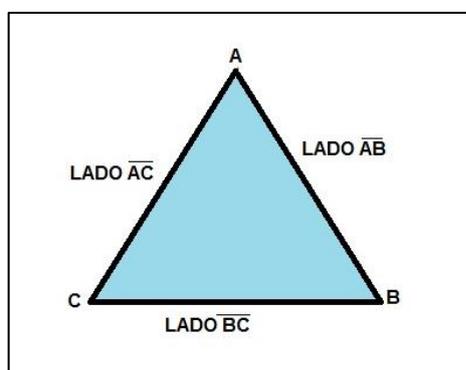
As formas geométricas ou nesse caso figuras planas são criadas pela junção de no mínimo três segmentos de reta. Veja figura 5:

Figura 5 - Figura plana formada por três segmentos de reta



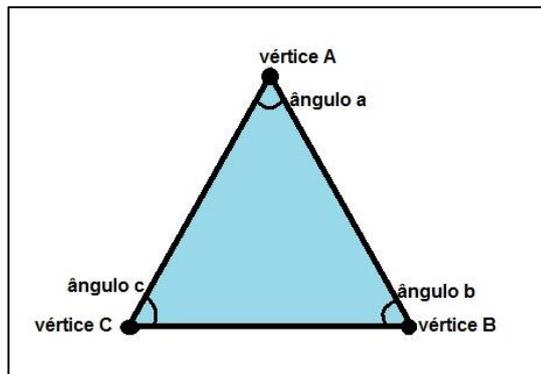
Com a figura já formada, o nome segmento de reta deixa de ser usado e passa a chamar lados da figura plana (polígonos), conforme figura 6.

Figura 6- figura plana com três lados



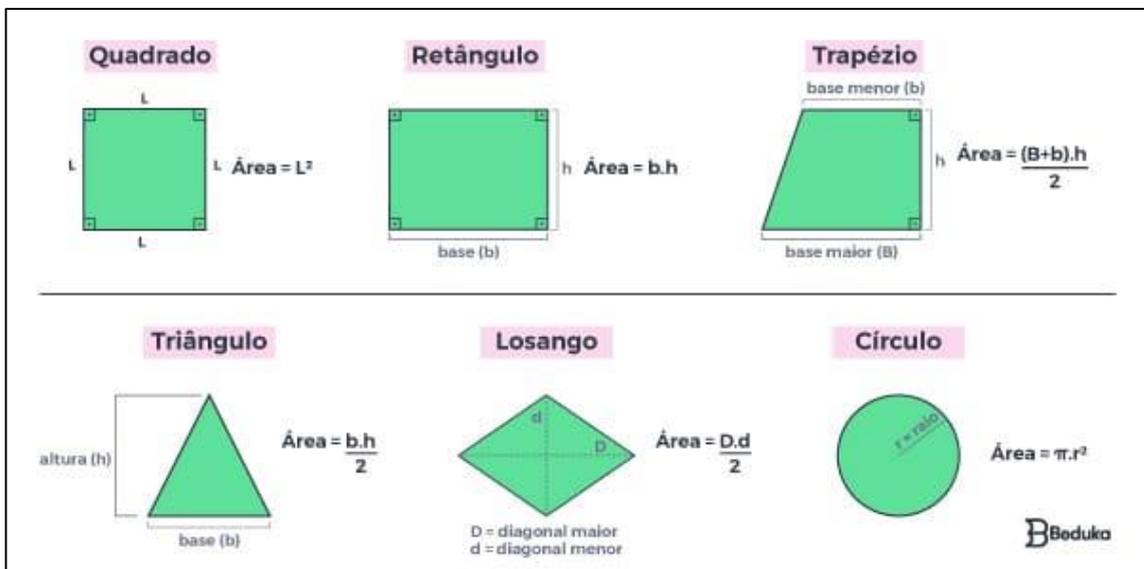
Com a criação das figuras foram surgindo outros conceitos como os ângulos que são formados nos pontos de encontro dos lados no qual se denomina vértices (figura 7).

Figura 7 - Figura plana com seus vértices e ângulos destacados



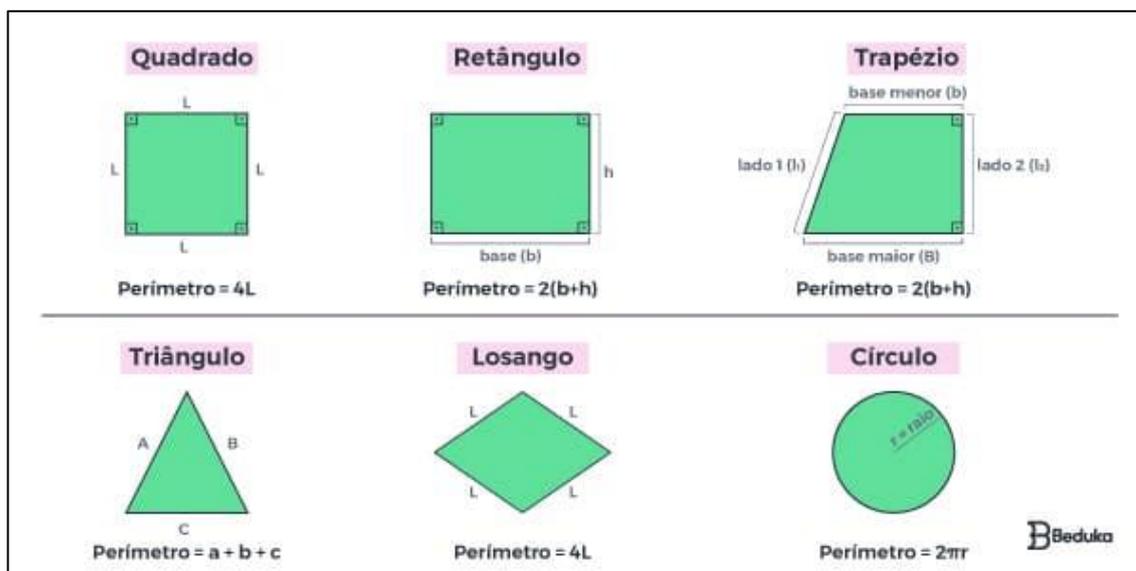
Seguindo esse caminho surge então a classificação das figuras quanto aos números de lados (polígonos), o cálculo de áreas e perímetros (figuras 8 e 9).
Segue abaixo alguns exemplos dos principais polígonos:

Figura 8 - Fórmulas para o cálculo de áreas dos polígonos



Fonte: Beduka (2021).

Figura 9 - Fórmulas para o cálculo de perímetro dos polígonos



Fonte: Beduka, (2021).

Naturalmente, o mundo real é repleto de formas geométricas, o que explica a presença da geometria plana em inúmeros lugares. Além disso, dentro de casa, numa loja de eletrodomésticos, num objeto de decoração, em construções, nas embalagens, nos livros, nas pétalas de flores, na lua, e em muitos outros.

3.2. Geometria espacial

A geometria espacial está presente na vida humana desde a antiguidade. Seguramente, alguns filósofos e matemáticos se entregaram ao estudo desta matéria seguindo a principal fonte de informação da época: o papiro de Rhind.

O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descrevem os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos. (EVES, 2011, p. 70).

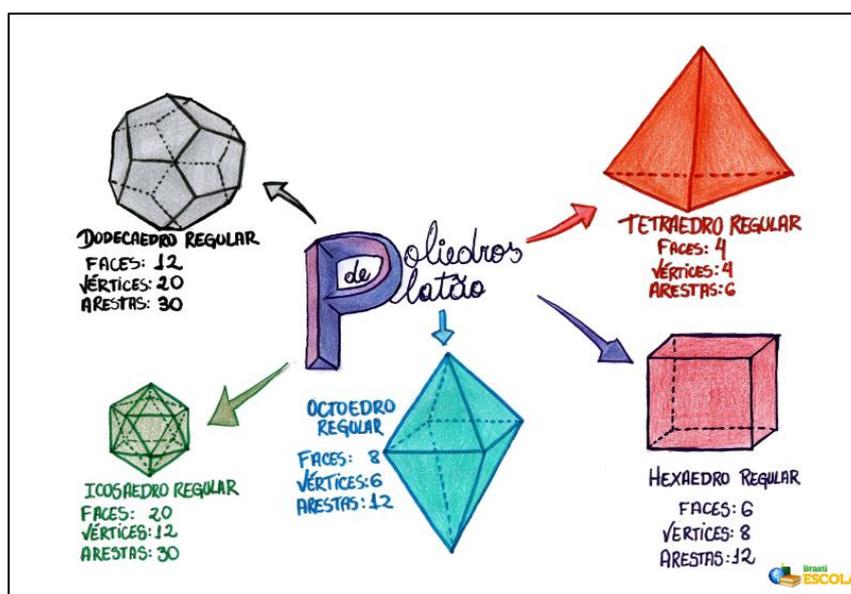
Além disso, uma prova viva da presença da Geometria desde a antiguidade são as construções das pirâmides do Egito. Como também, os povos naquela época utilizaram de grandes blocos de pedras que foram empilhados em formatos de

rampas criando assim as pirâmides. Ainda mais, outra prova bastante conhecida é a descoberta dos poliedros de Platão (350 a.C.). De acordo com Eves (2011), Platão em seu Timeu – um tratado teórico de sua autoria - mostrou não só a descrição dos cinco poliedros regulares, mas também a como construí-los, formando suas faces por meio de triângulos, quadrados e pentágonos.

[...] Os poliedros regulares são designados de acordo com o número de faces que possuem. Assim, há o tetraedro com quatro faces triangulares, o hexaedro, ou cubo, com seis faces quadradas, o octaedro com oito faces triangulares, o dodecaedro com doze faces pentagonais e o icosaedro com vinte faces triangulares. (EVES, 2011, p.114).

Na figura 10, segue uma ilustração dos poliedros de Platão:

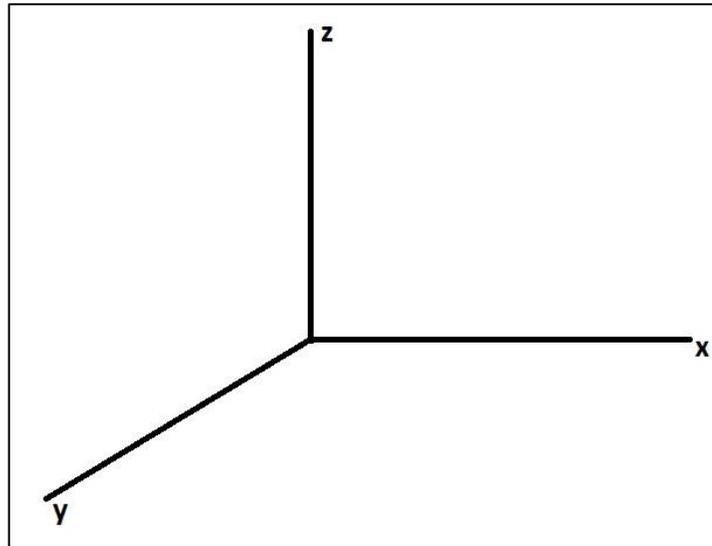
Figura 10 - Ilustração dos poliedros de Platão



Fonte: Silva (2021).

Na geometria espacial o estudo está voltado para as formas geométricas ou sólidos geométricos, num espaço tridimensional. Essa subárea é formada pela junção dos elementos primitivos da geometria (ponto, plano, reta e espaço) com as construções de sólidos geométricos. Esse espaço tridimensional, de acordo com o Fascículo CECIERJ (2016) está relacionado com o mundo real em suas três projeções: altura, largura e comprimento (figura 11).

Figura 11 - plano cartesiano – espaço tridimensional



Dentro dessa subárea as figuras geométricas são divididas em grupos. O grupo dos corpos redondos que como o próprio nome diz, refere-se aos sólidos que possuem seu formato arredondado. O cone e o cilindro são exemplos (Figuras 12 e 13).

Figura 12 - Ilustração de um cone

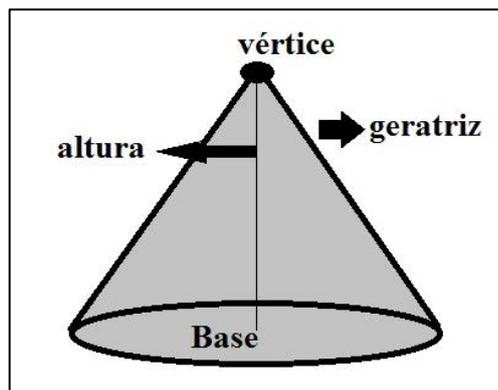
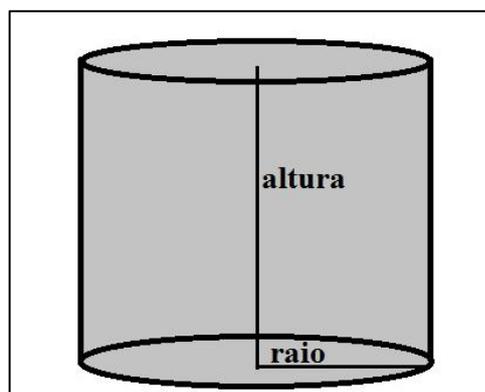


Figura 13 - Ilustração de um cilindro reto



O outro grupo refere-se aos poliedros que são sólidos formados por superfícies planas como, por exemplo, os prismas e as pirâmides (figura 14 e 15).

Figura 14 - Ilustração de uma pirâmide de base quadrada

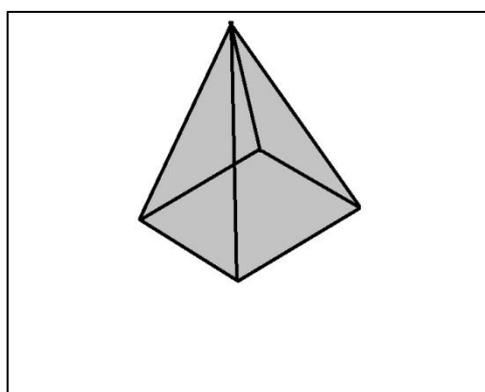
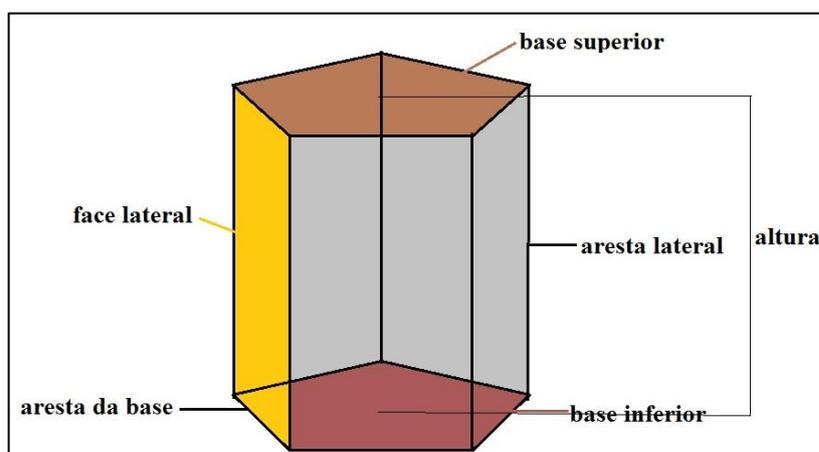


Figura 15 - Ilustração de um prisma pentagonal



Segue abaixo alguns dos conteúdos abordados dentro da matéria de geometria espacial:

Conceitos primitivos e postulados; posições relativas entre retas, planos e entre retas e planos; projeções; distâncias; ângulos entre retas e planos; lugares geométricos; diedros; triedros; poliedros convexos; poliedros de Platão; poliedros regulares; cilindros, cones e esferas; áreas e volumes de figuras geométricas espaciais como prismas, pirâmides, cilindro, cone, esfera, troncos; inscrição e circunscrição de sólidos; superfícies e sólidos de revolução; superfícies e sólidos esféricos. (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, 2015, EMENTA).

Como supracitado, é possível calcular volumes e áreas das figuras espaciais. Certamente, é através desses cálculos que as empresas, por exemplo, criam suas embalagens para melhor compactar os produtos. Além das embalagens, a geometria espacial esta presente em partes de eletrodomésticos, objetos de decoração, brinquedos, na natureza e muitos outros (figuras 16, 17, 18 e 19).

Figura 16 - Embalagem de um chocolate suíço em formato de um prisma de base triangular



Fonte: Americanas (2011).

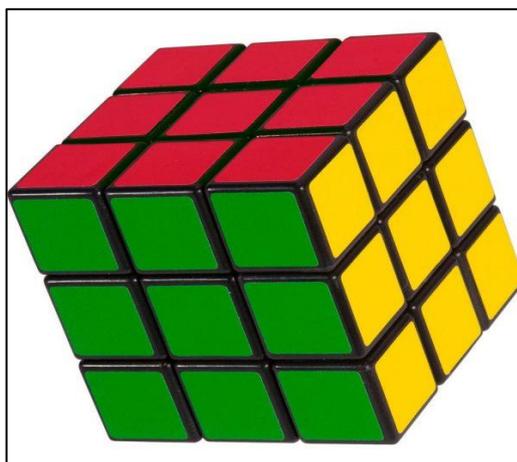
Figura 17 - Favo de mel. possui o formato de um prisma de base hexagonal



© Can Stock Photo - csp15003429

Fonte: Canstock (2021).

Figura 18 - Ilustração de um brinquedo chamado cubo mágico



Fonte: Viguivariiedades (2021).

Figura 19 - Parte interna de uma lavadora



Fonte: Electrolux (2021).

Sob ângulo das ilustrações citadas, a geometria espacial se faz presente no mundo real e é tão importante quanto as outras áreas e subáreas da matemática.

3.3. Geometria analítica

A geometria analítica, assim como outros conceitos matemáticos teve uma originalidade, mas ao longo da história com ajuda de grandes estudiosos passou por mudanças significativas das quais se originou a geometria analítica atual.

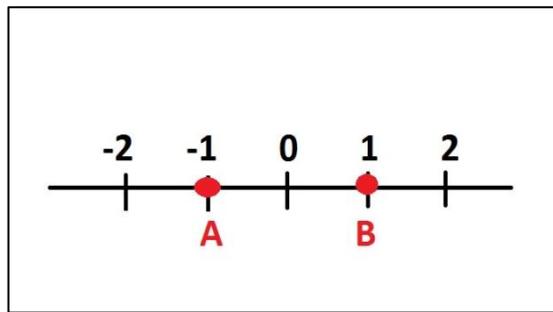
Por certo, a maioria dos materiais pedagógicos menciona René Descartes (1596-1650) como o fundador dessa matéria. Segundo Vaz (s/d) em seu artigo *a Geometria e a filosofia de René Descartes* menciona que esse grande matemático e filósofo em seus livros relacionou a geometria plana com a álgebra, criando meios possíveis de analisar geometricamente às propriedades de ponto, plano, retas. Portanto, o estudo das figuras geométricas planas através de expressões algébricas resume-se a geometria analítica.

Alguns dos conteúdos abordados nesta disciplina são apresentados abaixo.

[...] vetores; adição de vetores; multiplicação de número real por vetor; soma de ponto com vetor; dependência e independência linear; base; mudança de base; ângulo entre vetores, produto escalar; orientação de v^3 ; produto vetorial; duplo produto vetorial; produto misto; sistemas de coordenadas; estudo da reta; estudo do plano; equação vetorial; equações paramétricas de um Plano; equação geral; vetor normal a um plano; feixe de planos; posição relativa de retas e planos; reta e reta; reta e plano; plano e plano; perpendicularismo e ortogonalidade; ângulo entre retas; ângulo entre reta e plano; ângulo entre planos; semi espaço; de ponto a ponto; distância de ponto e reta; distância de ponto a plano; distância entre duas retas; distância entre reta e plano; distância entre dois planos; mudança de coordenadas em E^3 ; mudança de coordenadas em E^2 ; aplicação das translações e rotações de E^2 ao estudo da equação; $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$; elipse, hipérbole, parábola; Cônicas; superfície esféricas; generalidades sobre curvas e superfícies; superfície cilíndrica; superfície cônica; superfície de rotação; quádricas. (BOULOS; CAMARGO, 1987, sumário.)

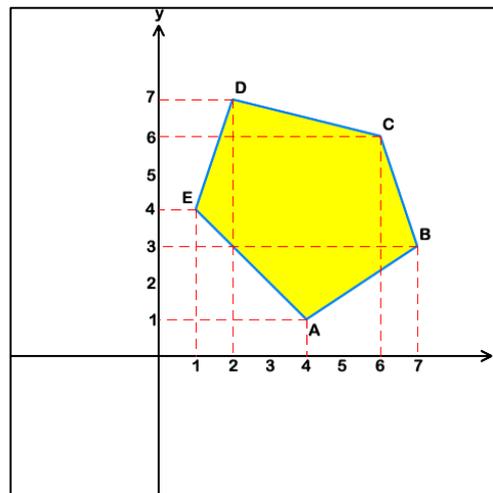
A geometria analítica tem como base a representação dos pontos em uma reta da qual se utiliza os números reais (figura 20).

Figura 20 - Ilustração da reta numérica com pontos



A partir desse ponto, segue o conceito de distância entre dois pontos e por meio desse conceito segue outros importantes, como por exemplo, a expansão da representação dos pontos no plano, a utilização dos pares ordenados, a criação das figuras geométricas e assim por diante (figura 20).

Figura 21 - Ilustração de uma figura geométrica no plano cartesiano



Fonte: Profcardy (2021)

Naturalmente, há uma infinidade de tópicos para estudar dentro da geometria analítica, mas este não é o objetivo deste trabalho.

Assim como outros conteúdos matemáticos, essa matéria possui seu espaço em diversas áreas. Não somente, é possível encontrar a geometria analítica dentro das profissões, no dia a dia da sociedade, mas também, no ramo profissional, essa disciplina é muito utilizada nas construções de monumentos, no decolar de um voo, na criação de objetos ou figuras no mundo virtual. Além disso, engenheiros, arquitetos, designer gráficos, utilizam de conteúdos como curvas hiperbólicas,

circunferência, distâncias, ângulos, vetores, altura, largura, comprimento, para então por em prática seus projetos.

Notavelmente, é possível provar a existência da geometria analítica no dia a dia de muitos. O uso do GPS (sistema de posicionamento global) é um bom exemplo para explicar isso. Esse sistema, essencial e prático, é utilizado por muitas pessoas a fim de identificar localizações. Logo, essas localizações são obtidas por meio de coordenadas geográficas decorrentes de informações recebidas por satélites (BEZERRA; SCARTAZZINI, 2006). Essas coordenadas e essas localizações geográficas pertencem a um plano que é o planeta Terra composto de formas geométricas na qual se faz presente a geometria analítica.

As figuras 22 e 23, demonstram exemplos da utilização dos conceitos em geometria analítica no mundo real:

Figura 22 - Catedral de Brasília cercada por um espelho d'água circular e sua entrada subterrânea, ladeada pelos evangelistas.



Fonte: Brasília (2003).

Figura 23 - Imagem de um aparelho utilizado para localização (GPS)



Fonte: Matematicaufpelar (2013).

4 A GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO

Este trecho toma como partida inicial a pergunta “Por que ensinar geometria?”. Como visto acima, a humanidade está submersa em um mundo formado por geometria e os alunos necessitam compreender o espaço onde vive, ou seja, necessitam de desenvolver integralmente. A oportunidade de abranger seu conhecimento nessa área e ter seu espírito criativo manifestado, parte inicialmente na educação.

De acordo com Meneses (2007), durante muito tempo valorizaram excessivamente os conteúdos sobre números, operações e álgebra, deixando para segundo plano o estudo da geometria. Ele ainda enfatiza que nos livros didáticos os conteúdos apareciam somente no final e muitas das vezes não eram vistos devido ao tempo que o professor não tinha de explicar todo o material.

Isso só começou a mudar na década de 90 com alguns autores entrando em cena e a criação dos parâmetros curriculares nacionais.

[...] Na década de 1990, vários autores (PAVANELLO, 1993; ARAÚJO, 1994; KALEFF *et al*, 1994; FAINGUELERNT, 1995, 199; LORENZATO, 1995) defenderam a importância do ensino da Geometria na escola, apresentando argumentos históricos e pedagógicos para tal postulado.

Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a geometria começou a ocupar, com maior efetividade, o papel que lhe é devido [...]. (BARGUIL, 2016, p.49)

Segundo o PCN (1998) a geometria é como um campo fértil de situações-problemas que favorece o desenvolvimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações. Essas demonstrações citadas são decorrentes de situações reais que envolvem o meio físico real e exige do indivíduo o pensamento geométrico. Dessa forma, o ensino desta disciplina deve estar voltado a circunstâncias cotidianas, pois como a geometria se faz presente em quase todos os lugares exige dos indivíduos o desenvolvimento de suas capacidades visuais e lógicas.

A BNCC – Base Nacional Comum Curricular (2017), um documento mais recente sobre o ensino-aprendizagem das disciplinas, trata a geometria como uma unidade temática da matemática responsável por estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais. O intuito da BNCC quanto ao ensino da geometria está voltado no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos a partir de divisões dos conteúdos nos anos iniciais e finais. Ambas as divisões relacionam a aprendizagem da disciplina com experiências cotidianas, pois “a geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BNCC, 2017, p.273).

No que se refere a materiais que sustentam a ideia de um ensino concreto, significativo e de qualidade sobre a geometria, usufrui-se da Base Nacional Comum Curricular (2017) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). Ambos os documentos, quando analisados possuem o mesmo objetivo de desenvolver a geometria com o indivíduo através das suas experiências. O que difere um do outro é o detalhamento que a BNCC faz nas divisões da unidade temática com os objetos de conhecimentos e habilidades.

Isso significa que o ensino da geometria está bem amparado com relação a documentos, o que mostra um passo de melhoria. Mas, por ser matéria de segundo plano por algum tempo, alguns professores não se especializaram de forma correta, implicando num ensino insatisfatório tanto por parte de alunos quanto por parte dos professores.

Um dos aspectos que contribui para essa realidade seja a ausência do conhecimento científico associado em suas vivências práticas bem como a pouca

utilização de materiais didáticos que possam facilitar o processo ensino aprendizagem.

O uso de materiais didáticos no processo ensino-aprendizagem promove uma satisfatória conexão entre aluno, professor e disciplina. Material didático, segundo o dicionário de “Conceito.De” (2011) é aquele que reúne meios e recursos que facilitam e auxiliam o processo ensino-aprendizagem, ou seja, são ferramentas pedagógicas que serve como apoio e orientação tanto para o aluno como para o professor, dando mais ênfase na aproximação do aluno a disciplina. Existem diversos recursos didáticos que podem ser usados para facilitar a compreensão dos alunos. Basta o professor saber encaixar esses materiais dentro dos diferentes conteúdos existentes dentro da disciplina.

Segue abaixo alguns exemplos de materiais didáticos que orientam e facilitam professor e aluno quanto ao ensino da geometria:

- **Tangram:** é um jogo chinês, mais especificamente um quebra-cabeça, formado por sete peças geométricas: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo (figura 24).

Figura 24 - Imagem ilustrativa do tangram



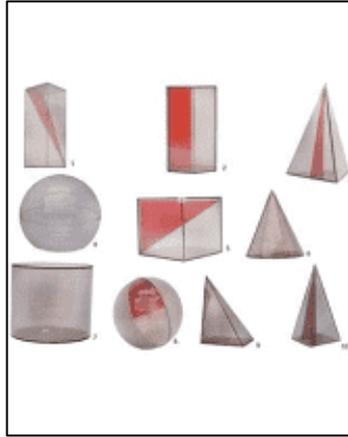
Fonte: Elo7 (2021).

Para jogar, o participante deve soltar a criatividade e criar formas e imagens com as peças sem sobrepô-las, apenas rotacionando-as.

Alguns dos conteúdos que podem ser trabalhados com o tangram dentro da geometria são: área, perímetro, simetria, desenho das formas geométricas planas, identificação dessas formas geométricas, teorema de Pitágoras.

- **Sólidos geométricos:** são figuras tridimensionais feitas de materiais duráveis, como por exemplo, o acrílico (figura 25).

Figura 25 - Imagem ilustrativa dos sólidos geométricos

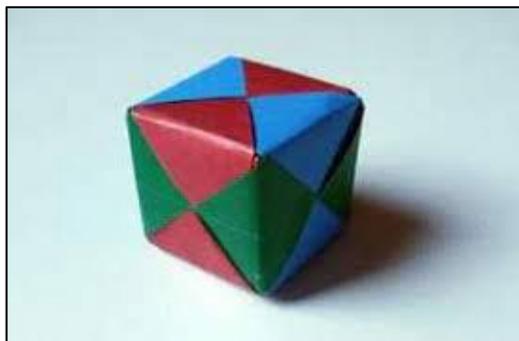


Fonte: Submarino (2021).

Esses sólidos podem ser usados na compreensão de capacidade de volumes, áreas, diagonais, a classificação dos sólidos, pois possui a visualização tridimensional.

- **Dobraduras/Origamis:** é a arte de dobrar papéis formando desenhos (figura 26). Essa arte de construir objetos sem utilizar tesoura ou lápis para desenhar permite que o aluno construa formas geométricas com o papel, onde no desenrolar das construções ele tem noção das figuras planas bem como os vértices, as arestas, as diagonais e os perímetros. O ensino da geometria com o uso de dobraduras promove maior concentração do aluno, agilidade, exercita a memória, a coordenação motora, desperta a criatividade e promove interação, no qual gera uma aula diferente, divertida e atrativa para os alunos.

Figura 26 – Dobradura de papel em formato sólido geométrico



Fonte: Adilson, Valter (2016).

- **Jogos:** a aplicação de jogos dentro de sala de aula permite uma socialização dos alunos, além de promover uma aula divertida com maior assimilação de conteúdos. Existem alguns jogos que podem ser usados no ensino da geometria como: Bingo de formas geométricas que aborda os diferentes sólidos geométricos; Jogo de memória com sólidos geométricos ou com as regras do tema teorema de Pitágoras; geoplano; trilha geométrica e muitos outros.
- **Software Geogebra:** é um aplicativo gratuito que auxilia no ensino de álgebra, geometria e cálculo. Por meio dele é possível construir os objetos e tabelas com precisão, utilizando réguas e compassos digitais. Pode ser abordado qualquer conteúdo de qualquer nível escolar.

Dentro da prática de ensino é possível observar um leque de possibilidades de recursos didáticos. Como vimos acima tem-se jogos, software, dobraduras e além desses pode-se citar os recursos audiovisuais, auditivos que também complementam o ensino, o tornando satisfatório.

CONCLUSÃO

Dado o exposto, é evidente a importância e o propósito do ensino da disciplina geometria nas escolas, pois se trata de uma matéria atuante em diversos aspectos da realidade, sendo presente tanto no campo profissional como no campo pessoal da humanidade.

É fato a falta de interesse dos alunos em aprender geometria como também é fato o pouco tempo de aula e a dificuldade de alguns professores em lecionar a

disciplina. Existem alguns fatores que favorecem essa apatia, pois nas escolas existe a escassez de recursos didáticos e há falta de preparo de alguns professores.

Tendo em vista a dificuldade de alguns educadores no processo de ensinamento, é viável que as instituições formadoras invistam e reforcem suas políticas de formação docente, pois é notável a precisão do conhecimento específico durante a formação, uma vez que o docente precisa estar seguro e hábil do conteúdo que irá lecionar.

O desinteresse dos alunos pode ser remediado com a iniciativa dos professores em buscar novas metodologias de ensino. Para as aulas serem chamativas e curiosas, os educadores podem utilizar de recursos que facilitem o ensino-aprendizagem, como por exemplo, o uso de tecnologia 3D, materiais manipuláveis, softwares interativos, jogos, entre outros, propiciando a notoriedade dos alunos sobre a importância da geometria. Na falta desses recursos didáticos o professor pode optar por construir materiais com os alunos, uma vez que isso exigirá maior atenção e concentração dos mesmos. Além disso, a confecção de materiais se trata de uma atividade recreativa o que possibilita maior interação entre aluno-aluno e professor-aluno.

É sabido, que existe uma grande desvalorização da educação no Brasil, e que se tratando de educação é necessário um maior investimento vindo pelo governo, visto que um professor valorizado desempenha suas funções com maior qualidade. Entretanto, esse investimento não é o único problema, sendo imprescindível também a participação do governo na educação como um todo, pois vimos que essa, não se trata de um ponto específico, mas sim de todo um processo que vem desde uma boa formação do futuro professor, por meio de profissionais qualificados, como também uma atuação dedicada do professor regente da disciplina.

Vale ressaltar que o professor não deve atuar apenas como detentor do conhecimento, mas sim como um intermediador. Outra função fundamental deve-se ao fortalecimento das relações entre aluno-aluno e principalmente professor-aluno para que desperte, nos alunos, o interesse na geometria, visto a sua importância e presença no dia a dia.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Jorge Gonçalves de. O método geométrico euclidiano. **Conatus**, Fortaleza, v. 10, n. 20, p. 57-68, dez. 2018.

AMERICANAS. **Chocolate ao Leite com Mel e Amêndoa Toblerone 200g - Suíça**. Disponível em: <https://www.amERICANAS.com.br/produto/2064086624#info-section>. Acesso em: 19 out. 2021.

BALDISSERA, Altair. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Portal Dia a Dia Educação, Secretaria da Educação do Paraná, p. 832-4, 2008.

BARGUIL, Paulo Meireles. Geometria na educação infantil e no ensino fundamental: contribuições do Fiplan. In: ANDRADE, Francisco Ari de; TAHIM, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira; CHAVES, Flávio Muniz. **Educação, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2016. p. 233-250.

BEDUKA, Redação. **Resumo completo de geometria plana: dos conceitos às fórmulas!**. 2021. Disponível em: <https://beduka.com/blog/materias/matematica/geometria-plana/>. Acesso em: 19 out. 2021.

BEZERRA, Nilra Jane Filgueira; SCARTAZZINI, Luiz Sílvio. O uso do GPS como fator de motivação na aprendizagem da geometria analítica/The use of the GPS as factor of motivation in the learning of analytical geometry. **Acta Scientiae**, v. 8, n. 2, p. 05-10, 2006.

BOULOS, Paulo; CAMARGO, Ivan de. **Geometria analítica: um tratamento vetorial**. Rio de Janeiro: Makron Books do Brasil, 1987. 387 p.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. 600 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998. 148 p.

BREDA, Ana; SERRAZINA, Lurdes; MENEZES, Luís; SOUSA, Hélia; OLIVEIRA, Paulo. **Geometria e medida no ensino básico**. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2011. 157 p.

CANSTOCKPHOTO. **Mel, cheio, favo mel, abelha**. 2013. Disponível em: <https://www.canstockphoto.com.br/abelha-favo-mel-15003429.html>. Acesso em: 19 out. 2021.

CAVALCANTI, Flavio R.. **Catedral Metropolitana**. 2003. Disponível em: <http://doc.brazilia.jor.br/Centro/Catedral-Brasilia.shtml>. Acesso em: 19 out. 2021.

CONCEITO DE. **Conceito de material didático**. 2011. Disponível em: <https://conceito.de/material-didactico>. Acesso em: 19 out. 2021.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar: geometria plana**. 7. ed. São Paulo: Atual Editora, 1993. 454 p.

ELECTROLUX. **Máquina de Lavar 14Kg Electrolux Premium Care com Cesto Inox, Jet&Clean e Sem Agitador (LPR14)**. Disponível em: <https://loja.electrolux.com.br/lavadora-branca-14kg-com-dispenser-autolimpante-lpr14-electrolux/p>. Acesso em: 19 out. 2021.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** / Tradução Hygino H. Domingues. 5 ed. – Campinas, sp: Editora da Unicamp, 2011.

FREITAS, Vinícius Paulo de. **Alguns teoremas clássicos da geometria sintética e aplicações**. 2013. 80 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2013.

FUNDAÇÃO CECIERJ. **Matemática - Fascículo 7 Unidade 22 - Introdução à Geometria Espacial**. Governo do estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2016.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. - São Paulo: Atlas, 2002 .

GODOY, Elenilton; Galassi, Adriano. In: Vários autores. **Concursos, Vestibulares e Enem**. – São Paulo: DCL, 2009.

MARTINS, T. D. GOLDONI. V. **Descobrimos os poliedros de Platão**, p. 406, 2010.

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Puc-Sp, São Paulo, 2007.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. BeloHorizonte : CAED-UFMG, 2013. 138 p.

NOGUEIRA, Vandira Loiola. **Uso da geometria no cotidiano**. 2008. 35 f. Curso de Matemática, Universidade Est. do Norte do Paraná, Jataizinho, 2017.

OLIVEIRA, Adilson de Souza; CAMARGO, Valter Soares de. **Confecção de sólidos geométricos por meio de dobraduras**. 2016. 22 f. Governo do Estado do Paraná, Tapejara, 2016.

OLIVEIRA, Vilma dos Santos. **Produções Didático-Pedagógicas: geometria plana dentro do contexto matemático**. 2013. 22 f. Curso de Matemática, Universidade Estadual do Norte do Paraná, Jacarezinho, 2013.

PARANÁ. Rudimar Luiz Nós. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. **Plano de ensino**. Disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/rudimarnos/geometria-2/geometria-2/MA72N_S83_1s2019_Rudimar.pdf. Acesso em: 19 out. 2021.

PROFCARD. **Obtendo a área de um Polígono Convexo**. Disponível em: <http://www.profcardy.com/cardicas/como-obter-area-de-poligono-por-coordenadas.php>. Acesso em: 19 out. 2021.

RIBEIRO, Amanda Gonçalves. **O que são poliedros de Platão?**. Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-poliedros-platao.htm>. Acesso em 19 de outubro de 2021.

RODRIGUES, T. A. .; BARBOSA, E. N. M. .; MOREIRA, R. M. M. . A GEOMETRIA E SUAS DIFERENTES APLICABILIDADES. **Scientia Generalis**, [S. l.], v. 1, n. S1, p. 50–50, 2021. Disponível em: <http://scientiageneralis.com.br/index.php/SG/article/view/109>. Acesso em: 28 out. 2021.

ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro; PEDROSO, Sandra Mara Dias. **O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades**. 2019. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 19 out. 2021.

ROSA, Christiane Trarbach da; SANTANA, Vlamarion; MEDEIROS, Francieli de Souza. **Geometria analítica no dia a dia**. 2013. Disponível em: <http://matematicaufpelar.blogspot.com/2013/12/geometria-analitica-no-dia-dia.html>. Acesso em: 19 out. 2021.

SOARES, Susana Ribeiro. **Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970**. 2013. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Nstituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

SOUZA, Edison Eloy de; REBELLO. **As formas arquitetônicas e suas geometrias: análises de obras da arquitetura moderna e contemporânea**. 2006. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Arquitetura, Universidade São Judas Tadeu, São Paulo, 2006.

SUBMARINO. **Sólidos Geométricos Em Acrílico 10 Peças**. Disponível em: https://www.submarino.com.br/produto/2765645206?opn=XMLGOOGLE&sellerid=7803251000153&epar=bp_pl_00_go_g35145&epar=bp_pl_00_go_g35145&WT.srch=1&acc=d47a04c6f99456bc289220d5d0ff208d&i=5c8b348349f937f6259b68f7&o=600834b2f8e95eac3d5b2037&utm_medium=buscappc&utm_source=google&utm_campaign=marca%3Asuba%3Bmidia%3Auscappc%3Bformato%3Apla%3Bsubformato%3A00%3Bidcampanha%3Ag35145&gclid=EAlaIQobChMIhfiQ7Jyn8gIVbR6tBh1MGQr qEAQYBCABEgIph_D_BwE. Acesso em: 19 out. 2021.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. FTD, 1997.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. **A matemática e a filosofia de René descartes.**

Disponível em:

http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/FILOSOFIA/Artigos/Duelci.pdf. Acesso em: 19 out. 2021.

VIGUI VARIEDADES. **Cubo mágico.** 2021. Disponível em:

<https://viguivariades.com.br/produto/cubo-magico/>. Acesso em: 19 out. 2021.